Guia para el cuarto examen parcial

La función $\pi : \mathbb{C} \to S^2 - \{e_3\}$ esta dada por

$$\pi(z) = \left(\frac{z + \overline{z}}{|z|^2 + 1}, \frac{z - \overline{z}}{i(|z|^2 + 1)}, \frac{|z|^2 - 1}{|z|^2 + 1} \right)$$

la función $\psi = S^2 - \{e_3\} \to \mathbb{C}$ como

$$\psi(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1 + ix_2}{1 - x_3}$$

1.-Compruebe que $(\psi \circ \pi)(z) = z$

2.-Demuestre que si P_1 y P_2 son puntos de la esfera y están en los extremos opuestos de un diámetro (puntos antipódales) entonces sus imágenes estereográficas z_1 y z_2 satisfacen

$$z_1 \overline{z_2} = -1$$

3.- Demuestre que la transformacione compleja $T(z) = \dfrac{1}{z}$ (inversión) preserva ángulos

4.-Encuentre una transformación $T : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ de Möbius que mande $z_1 = 0$, $z_2 = -i$, $z_3 = -1$ en $w_1 = i$, $w_2 = 1$, $w_3 = 0$

5.-Hallar los puntos invariantes de la transformación

$$w = \frac{2z - 5}{z + 4}$$