
Cuarta Escuela de Lógica y Conjuntos

Presentación

La Escuela de Lógica y Conjuntos es un evento organizado y auspiciado por diferentes universidades públicas mexicanas, dirigido a estudiantes de licenciatura y posgrado interesados en estas disciplinas y las que les son adyacentes.

En la actualidad, bajo el nombre de “lógica matemática” se cobija un numeroso grupo de áreas de investigación, que van desde el estudio de los modos correctos de razonamiento hasta el examen de los fundamentos de las matemáticas. Sin lugar a dudas, una de las causas de la renovación de la lógica fue su incorporación a las matemáticas, con la consiguiente adopción de sus métodos y procedimientos: una fuerte simbolización, el uso de conceptos mediante definiciones, novedosos métodos de prueba y el recurso al método axiomático. Esta incorporación estimuló el desarrollo de nuevas áreas de investigación como, por ejemplo, la teoría de modelos, la teoría de la demostración y las ciencias de la computación. Fue justo al investigar los fundamentos de la aritmética y la teoría de conjuntos y su formalización que la lógica logró sus resultados más sobresalientes:

los teoremas limitativos y la prueba de independencia de la Hipótesis del continuo. Otra característica del desarrollo de la lógica contemporánea ha sido su utilización en la solución de problemas pertenecientes a otras áreas de la matemática como, por ejemplo, el álgebra, la topología y el análisis matemático, o en la construcción de lenguajes de programación e incluso la electrónica, donde se le aplica en el diseño de circuitos eléctricos. Actualmente en México existe una comunidad grande y creciente de estudiantes, profesores e investigadores interesados en la lógica matemática, por lo que la vocación de la ELC es constituirse en un espacio de interacción de esta comunidad, en el que se muestre el trabajo y se promueva la colaboración entre sus miembros.

La 1ELC se llevó a cabo en julio de 2012 en la Ciudad de Puebla, y en ella se ofrecieron dos minicursos: “Máquinas de Turing, una introducción a la incomputabilidad”, por el Dr. Carlos Torres Alcaráz y “Teoría de Ramsey infinita” por el Dr. Carlos Azarel Martínez Ranero, entonces becario posdoctoral en el CCM-UNAM, y actualmente investigador de la Universidad de Concepción, en Chile.

La 2ELC se llevó a cabo en el mes de

noviembre de 2013 en las instalaciones del Centro de Ciencias Matemáticas, ubicado en el Campus Morelia de la UNAM, y en ella se impartieron los minicursos “Introducción a la Teoría Descriptiva de Conjuntos”, por el Dr. Carlos Uzcátegui de la Universidad de los Andes en Mérida, Venezuela; y “Una introducción a las Lógicas Modales Proposicionales”, por el Dr. Max Fernández de Castro, de la Universidad Autónoma Metropolitana.

La 3elc se desarrolló en noviembre de 2014 en la ciudad de Zacatlán, Puebla, y en esta se impartieron los cursos “The strength of set and class theory for algebraic geometry and homotopy” por el Profesor Colin McLarty de la Case Western Reserve University; “Interacción entre ultrafiltros y teoremas de tipo Ramsey” por David

José Fernández Bretón, entonces Candidato a Doctor por la York University en Toronto, Canadá; y “Campos no usuales” por el Dr. Rigoberto Vera Mendoza de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

La 4elc se llevará a cabo del 7 al 9 de diciembre de 2015 en el Edificio Amoxcalli de la Facultad de Ciencias de la UNAM y contará con la presencia del Dr. Antonio Montalban, de la University of California, Berkeley, quien impartirá un curso corto sobre “Matemática Computable”, a la vez que el M. en C. Osvaldo Guzmán González ofrecerá el minicurso “Una introducción a los submodelos elementales de la teoría de conjuntos”.

Sean todos bienvenidos a la Cuarta Escuela de Lógica y Conjuntos.

Horarios

Lunes 7 de diciembre de 2015

8:30 - 9:50	Desayuno	
9:50 - 10:00	Inauguración	
10:00 - 11:00	Matemática Computable <i>Dr. Antonio Montalban</i>	
11:00 - 11:50	Un vistazo a las matemáticas formalizadas <i>Dr. Favio Miranda Perea</i>	
11:50 - 12:10	Café	
12:10 - 12:35	El algoritmo DPLL en Coq <i>Fernando Abigail Galicia Mendoza</i>	Árboles y Líneas de Suslin <i>Gabriel Cachoa Ocampo</i>
12:35 - 13:00	La problemática correctud del Teorema de la Deducción para la Lógica Modal <i>Estefania Prieto Larios</i>	Lineas de Countryman y su relación con las bases para la clase de los órdenes totales no contables <i>Naim Nuñez Morales</i>
13:00 - 14:00	Una introducción a los submodelos elementales de la teoría de conjuntos <i>MC. Osvaldo Guzmán Gonzalez</i>	
14:00 - 16:00	Comida	
16:00 - 16:25	URM, un modelo equivalente a las Máquinas de Turing <i>Jorge Santiago Alvarez Cuadros</i>	Ultrafiltros de Ramsey <i>Arturo Antonio Martínez Celis Rodríguez</i>
16:25 - 16:50	Lógicas conexivas mediante debilitación semántica <i>Elisángela Ramírez Cámara</i>	Técnicas no estandar en la Teoría de Punto Fijo <i>Juan Rafael Acosta Portilla</i>
16:50 - 17:10	Café	
17:10 - 18:00	Algunas implicaciones filosóficas de las limitaciones de teorías de conjuntos ingenuas basadas en lógicas no clásicas <i>Dr. Luis Estrada González</i>	
18:00 - 18:25	¿Qué es la lógica modal intuicionista? <i>Miguel Pérez Gaspar</i>	Familias Independientes y algunas consecuencias <i>Estefanía del Carmen Riviello Rodríguez</i>

Martes 8 de diciembre de 2015

8:30 - 9:50	Desayuno	
9:50 - 10:00	Desayuno	
10:00 - 11:00	Matemática Computable <i>Dr. Antonio Montalban</i>	
11:00 - 11:50	Título por confirmar. <i>Dr. Fidel Casarrubias</i>	
11:50 - 12:10	Café	
12:10 - 12:35	Teorema de Los para lenguajes infinitarios <i>David Valencia Gómez</i>	Algunos resultados sobre normalidad de espacios de funciones continuas sobre Ψ-espacios <i>Roberto Lara Sarmiento</i>
12:35 - 13:00	Una semántica sobre conjuntos no bien fundados para la familia de lógicas para la revisión de creencias <i>Cecilia Chávez Aguilera</i>	Open Coloring Axiom <i>José Antonio Corona Garcia</i>
13:00 - 14:00	Una introducción a los submodelos elementales de la teoría de conjuntos <i>MC. Osvaldo Guzmán Gonzalez</i>	
14:00 - 16:00	Comida	
16:00 - 16:25	Algunas definiciones de finitud <i>Alejandra Osiris Romero Juárez</i>	Algunas propiedades cubrientes y familias casi-ajenas <i>Javier Casas de la Rosa</i>
16:25 - 16:50	Introducción a los espacios de Ramsey <i>Sonia Navarro Flores</i>	Productos caja y la clase de los espacios discretamente generados <i>Héctor Alonso Barriga Acosta</i>
16:50 - 17:10	Café	
17:10 - 18:00	Familias casi ajenas <i>Dr. Osvaldo Telléz Nieto</i>	
18:00 - 18:25	La guerra de los mundos Aritméticos <i>Norberto Javier Rivas González</i>	κ-clausura y modelos elementales <i>Armando Moncho Romero Morales</i>

Miércoles 9 de diciembre de 2015

8:30 - 9:50	Desayuno
9:50 - 10:00	Desayuno
10:00 - 11:00	Matemática Computable <i>Dr. Antonio Montalban</i>
11:00 - 11:50	Algoritmos de Búsquedas por Similitud <i>Dra. Karina Figueroa Mora</i>
11:50 - 12:10	Café
12:10 - 12:35	La Teoría de Ramsey y los espacios de Banach <i>M.C. Eduardo Abdón Calderón</i>
12:35 - 13:00	La Teoría de Ramsey y los espacios de Banach <i>M.C. Eduardo Abdón Calderón</i>
13:00 - 14:00	Una introducción a los submodelos elementales de la teoría de conjuntos <i>MC. Osvaldo Guzmán Gonzalez</i>
14:00 - 16:00	Comida de clausura

Resúmenes

Curso: Matemática Computable por Dr. Antonio Montalban

El objetivo de esta subárea de la Teoría de la Computabilidad es estudiar la complejidad computacional de las construcciones que normalmente se hacen en matemática. Varias áreas de matemática han sido estudiadas desde este punto de vista, como por ejemplo álgebra, combinatoria, análisis, lógica, etc. Empezaremos describiendo las nociones básicas de algoritmos, grados de Turing y el problema de la parada. Luego definiremos la noción de estructura computable, y formas de medir la información codificada en una estructura. Durante la segunda mitad del curso nos dedicaremos a estudiar la complejidad de algunas construcciones y teoremas matemáticos. No es necesario saber mucho de lógica o computabilidad para tomar el curso.

Un vistazo a las matemáticas formalizadas Por Dr. Favio Miranda Perea

El término matemáticas formalizadas se refiere al desarrollo de teoremas y demostraciones en un lenguaje formal de manera que un programa de computadora, llamado asistente de pruebas, pueda verificar mecánicamente todos los pasos de una demostración, certificando así que dicha prueba es correcta. En esta charla discutimos brevemente la necesidad de las matemáticas formalizadas en la actualidad, así como algunos aspectos lógicos detrás del funcionamiento de los asistentes de prueba. Para esto nos serviremos de ejemplos sencillos desarrollados en el asistente de pruebas Coq (<http://coq.inria.fr>)

El algoritmo DPLL en Coq Por Fernando Abigail Galicia Mendoza

En la búsqueda de la optimización para resolver el problema SAT, se cuenta con el algoritmo *Davis–Putnam–Logemann–Loveland* (DPLL), el cual es un procedimiento que recibe la forma normal conjuntiva (CNF) de una fórmula y devuelve el modelo mínimo que satisface la fórmula. En esta plática se presentará una implementación certificada del algoritmo DPLL en el asistente de pruebas **Coq**.

Áboles y líneas de Suslin Por Gabriel Cacho Ocampo

A través de un estudio topológico de la recta real M. Y. Suslin (1920) introduce la propiedad de cumplir con la *condición de cadenas contables* (c.c.c) con el objeto de remplazar a la propiedad de *tener un subconjunto denso y numerable* (ser separable) en órdenes lineales, y con esto lograría, por ejemplo, caracterizar a los isomorfismos de la recta real sin apelar a los racionales. El problema de Suslin es probar que en los órdenes lineales cumplir con la c.c.c. garantiza la separabilidad. Definamos Líneas de Suslin a los órdenes lineales que cumplan con la c.c.c. pero que no sean separables.

Así, la pregunta a responder es: ¿Existen líneas de Suslin? Las Líneas de Suslin son un objeto de mucho interés para la topología y la teoría de conjuntos. En la plática exploraremos el origen topológico del Problema de Suslin, mencionaremos cómo la teoría de conjuntos “resuelve” demostrándolo un enunciado independiente e introduciremos nociones de combinatoria infinita como como una técnica para abordarlo.

La problemática correctud del Teorema de la Deducción para la Lógica Modal Por Estefania Prieto Larios

El Teorema de la Deducción en Lógica Clásica establece que dado un conjunto de hipótesis Γ y suponiendo la fórmula A podemos derivar la fórmula B ($\Gamma, A \vdash B$), entonces con el conjunto de hipótesis podemos concluir A implica B ($\Gamma \vdash A \rightarrow B$). Existe una problemática acerca de la correctud del teorema de la deducción con sistemas de Hilbert en $K5$. En esta plática se abordará el teorema de la deducción en la Lógica Modal con los sistema de Hilbert en $K5$ y se presentará una demostración certificada en el asistente de pruebas Coq.

Líneas de Countryman y su relación con las bases para la clase de los órdenes totales no contables

Por Naim Nuñez Morales

Una línea de Countryman es un orden total no contable cuyo cuadrado se puede cubrir con una cantidad numerable de cadenas. Veremos que tales órdenes son necesariamente Aronszajn. La existencia de una línea de Countryman fue demostrada por Shelah, mediante una variante a la construcción clásica de un árbol de Aronszajn. En relación con el problema de las bases para órdenes totales no contables, es consiste que una de ellas esté conformada por una línea de Countryman, su inverso, ω_1 , ω_1^* y un conjunto de reales de tamaño \aleph_1 .

Curso: Una introducción a los submodelos elementales de la teoría de con- juntos

Por M. en C. Osvaldo Guzmán González

Los submodelos elementales se han convertido en una herramienta muy importante en la teoría de conjuntos. Con ellos, no solo ha sido posible encontrar pruebas más simples de teoremas ya conocidos, si no que también para obtener resultados nuevos. En un principio, el uso de submodelos elementales puede parecer un poco difícil o antinatural, pero al familiarizarse con ellos se convierten en una herramienta muy poderosa. En este curso expondremos lo básico sobre esta técnica y veremos algunas aplicaciones en combinatoria infinita y topología.

URM, un modelo equivalente a las Máquinas de Turing

Por Jorge Santiago Alvarez Cuadros

La **Máquina de Registros Ilimitados**, *URM* por sus siglas en inglés o simplemente Máquina de Registros; es un modelo teórico computacional muy útil para el estudio de problemas. Como las Máquinas de Turing (*TM*) cuenta con instrucciones primitivas que en una secuencia finita conforman un *RM*-programa y una lista infinita de registros que

a diferencia de las *TM* pueden almacenar un natural sin importar su tamaño y siempre llegan a usar una cantidad finita de estos en un programa de la *RM*. Mostraré detalles de varias clases de *RM*'s apoyado con una implementación en Haskell.

Ultrafiltros de Ramsey

Por Arturo Antonio Martínez Celis Rodríguez

Los ultrafiltros (sobre los naturales) son objetos muy importantes en matemáticas. Estos objetos nos ayudan a distinguir cuando un conjunto es grande. Los ultrafiltros pueden tener propiedades muy diversas; una de estas propiedades tiene que ver con el teorema de Ramsey: *toda coloración de la gráfica completa de los naturales tiene un conjunto monocromático en el ultrafiltro*. A los ultrafiltros que cumplen esta propiedad se les denomina ultrafiltros de Ramsey. En esta plática veremos algunas propiedades básicas de este tipo de ultrafiltros, así como su relación con otras propiedades de ultrafiltros

Lógicas conexivas mediante debilitación semántica

Por Elisángela Ramírez Cámara

Esta plática está basada en un artículo que Luis Estrada González y yo hemos escrito. En el artículo presentamos una lógica que, además de que puede considerarse como una lógica conexiva, tiene algunas características interesantes. Primero, esta lógica es obtenida mediante una técnica distinta de las usualmente utilizadas para obtener lógicas conexivas. Además, la motivación detrás de la técnica y la lógica resultante es independiente de las de la lógica conexiva. Esto quiere decir que ni la técnica ni la lógica están diseñadas explícitamente para validar las Tesis de Aristóteles y otros principios relacionados. En lugar de esto, tanto la técnica como la lógica dependen de consideraciones generales acerca de la valuación adecuada de condicionales con un antecedente falso. Creemos que estas dos características muestran la generalidad de los principios de conexividad, ya que éstos se obtienen a partir de consideraciones acerca del condicional que son distintas de las usuales.

Técnicas no estándar en la Teoría de Punto Fijo

Por Juan Rafael Acosta Portilla

En esta breve charla se mostrarán algunos resultados clásicos de la Teoría Métrica de Punto Fijo, los cuales se probaron por primera vez empleando técnicas cuyo origen es la Lógica y la Teoría de Conjuntos, para ello se introducirá la (débil) propiedad del punto fijo (ω -FPP o FPP) en espacios de Banach y se le relacionará con algunas propiedades geométricas como es la reflexividad, para posteriormente dar una serie de teoremas y técnicas empleadas en su demostración.

Algunas implicaciones filosóficas de las limitaciones de teorías de conjuntos ingenuas basadas en lógicas no clásicas

Por Dr. Luis Estrada González

Morgan Thomas mostró recientemente que una familia de teorías de conjuntos ingenuas basadas en la lógica paraconsistente LP y otras lógicas relacionadas sufren de serias limitaciones expresivas. A primera vista, los resultados de Thomas parecerían un serio

inconveniente para el desarrollo de matemáticas inconsistentes, pues esas teorías de conjuntos o bien carecen incluso de los conceptos más elementales necesarios para expresar las nociones básicas de la matemática clásica o bien son casi triviales. Thomas tiene toda la precaución de no sacar conclusiones tan fuertes acerca de la posibilidad de la matemática inconsistente, pero de todos modos están sugeridas en su trabajo y no pocos lectores podrían dar el salto hacia ellas. En esta plática argumentaré que resultados como los de Thomas deberían motivar más bien un rol diferente, no fundacional, para las teorías de conjuntos en las matemáticas no clásicas.

¿Qué es la lógica modal intuicionista?

Por Miguel Pérez Gaspar

La lógica modal clásica es clásica en el sentido de que su fragmento proposicional es exactamente lógica proposicional clásica. De la misma forma, para que una lógica modal intuicionista merezca dicho título, una condición es que su fragmento proposicional sea justamente lógica proposicional intuicionista. El objetivo de esta plática es introducir la lógica modal intuicionista. Primero examinamos los enfoques previos a lógica modal intuicionista y posteriormente discutiremos lo que significa combinar lógica intuicionista y lógica modal en lógica modal intuicionista.

Familias Independientes y algunas consecuencias

Por Estefanía del Carmen Riviello Rodríguez

Sean θ cardinal infinito y κ un cardinal. Diremos que $S \subseteq \mathcal{P}(\kappa)$ es θ -independiente si para cualesquiera $D_0, D_1 \in [S]^{<\theta}$ tales que $D_0 \cap D_1 = \emptyset$ se tiene que

$$\bigcap \{A : A \in D_0\} \cap \bigcap \{\kappa \setminus A : A \in D_1\} \neq \emptyset$$

Si $|\bigcap \{A : A \in D_0\} \cap \bigcap \{\kappa \setminus A : A \in D_1\}| = \kappa$, diremos que S es θ -independiente uniforme.

En esta plática veremos algunos resultados de familias ω_1 -independientes. Además, se definirá lo que es una familia θ -independiente maximal, y platicaré de algunas implicaciones de su existencia.

Toposes y algunas de sus aplicaciones

Por Jonathan Julián Huerta y Munive

En esta plática se darán las nociones básicas categóricas para comprender el concepto de topos, el cual tiene diversas aplicaciones en teoría de conjuntos, lógica y los fundamentos de las matemáticas. El objetivo principal en el camino a la definición de topos será compartir la visión estructuralista que dan las categorías a la teoría de conjuntos (en contraste con la visión materialista usada tradicionalmente con ZFC) y, finalmente, usar esta visión para dar una axiomatización de la teoría de conjuntos por medio de conceptos categóricos, a decir, el sistema axiomático conocido como *la Teoría Elemental de la Categoría de los Conjuntos* (ETCS por sus siglas en inglés).

Teorema de Löb para lenguajes infinitarios

Por David Valencia Gómez

En síntesis la plática consistirá en una introducción a los lenguajes infinitarios y a la construcción de los ultraproductos en teoría de modelos, con el fin de extender el teorema de Los para lenguajes infinitarios. Los lenguajes infinitarios $\mathcal{L}_{\kappa,\lambda}$ con $\kappa \geq \lambda$ cardinales infinitos, son extensiones de los lenguajes de primer orden donde se permiten fórmulas con conjunciones y disyunciones de longitud menor a κ y, fórmulas donde se sea un ultrafiltro se le llamara ultraproducto (lo denotaremos como $Ult_{\mathcal{F}}\mathfrak{A}_i$).

Como ya sabemos los ultrafiltros tienen una relación muy estrecha con la satisfacción de las formulas, por lo que al emplear los ultrafiltros en la construcción de los ultraproductos se esperaría que la satisfacción de una fórmula por el ultraproducto se relacione con el ultrafiltro en cuestión. El teorema de Los (algunas veces llamado el teorema del ultraproducto) afirma precisamente que para cualquier enunciado φ se tiene que $Ult_{\mathcal{F}}\mathfrak{A}_i \models \varphi \iff \{i \in \mathcal{I} : \mathfrak{A}_i \models \varphi\} \in \mathcal{F}$.

Algunos resultados sobre normalidad de espacios de funciones continuas sobre Ψ -espacios

Roberto Lara Sarmiento

Algunas de las preguntas más interesantes que se pueden hacer sobre espacios topológicos tienen que ver con su normalidad, grado de Lindelof y la relación que existe entre ellos. Se expondrán algunos resultados sobre normalidad de espacios de funciones continuas sobre Ψ -espacios, definidos como $\mathcal{A} \cup \omega$, donde \mathcal{A} es una familia casi-disjunta, y consideramos la topología generada por: n es abierto para cada $n \in \omega$ y un abierto básico para $A \in \mathcal{A}$ es de la forma $A \cup A \setminus F$, donde $F \subset \omega$ es finito. Se pretende mostrar lo complicado de la relación de estos conceptos, incluso en espacios muy determinados.

Una semántica sobre conjuntos no bien fundados para la familia de lógicas para la revisión de creencias

Por Cecilia Chávez Aguilera

En el clásico libro de Barwise y Moss *Círculos Viciosos*, se puede encontrar lo que consideramos un ejercicio muy fructífero: se propone al lector examinar cómo se habría desarrollado la lógica modal si los conjuntos no bien fundados hubieran estado presentes en el tiempo en que los modelos de Kripke estaban siendo desarrollados. El reto fue tomado primero desde la teoría de conjuntos. En ésta plática, comentaremos cómo hemos llevado a cabo este ejercicio en el terreno de las lógicas para la revisión de creencias. Dentro de las lógicas para la revisión de creencias, la lógica que incluye los operadores de conocimiento y de creencia segura creada por Baltag y Smets ha impuesto como paradigma. Esta lógica en sí misma engloba las bondades de la revisión “estática” de hechos — codificada en el operador de creencia condicionada, mismo que es definible con los dos operadores modales antes mencionados (conocimiento y creencia segura)— pero incluye un lenguaje que nos permite hacer revisiones de creencias de órdenes más altos, además de proponer operadores para revisiones dinámicas con diversas políticas para la revisión. Una de las características determinantes del paradigma de Baltag y Smets, es el enfatizar los cambios de creencias provenientes de actos de aprendizaje. En ello, ha jugado un papel determinante el estudio del comportamiento a largo plazo de la iteración de los operadores de revisión (actualización, revisión radical y revisión conservadora).

En este derrotero, se ha encontrado dentro de la teoría formal del aprendizaje que, para ciertos fines, deben contemplarse órdenes no bien fundados dentro de las relaciones de plausibilidad usadas en los modelos para la revisión de creencias. Teniendo estos antecedentes como motivación, hemos desarrollado una semántica basada en conjuntos no bien fundados para la lógica de Baltag y Smets en su versión infinitaria. Existen varias ventajas en la adopción de ésta semántica. Una de ellas es, como mencionamos al principio, abonar los vínculos entre los conjuntos no bien fundados y las lógicas modales. Pero no sólo, también ganamos algunas características deseables a nivel de teoría de modelos, entre otras cosas que tendremos oportunidad de compartir en ésta plática.

Open coloring axiom

Por José Antonio Corona García

Sea X un espacio topológico. Decimos que $K \subseteq [X]^2$ es abierto si y sólo si el conjunto $(x, y) : x, y \in K \wedge x \neq y$ es abierto en X^2 . Una partición $[X]^2 = K_0 \cup K_1$ tal que K_0 es abierto en llamada partición abierta y para $H \subseteq X$ decimos que es i -homogéneo ($i \in 2$) si $[H]^2 \subseteq K_i$. Open Coloring Axiom para X ($OCA(X)$) es el siguiente enunciado: Para toda partición abierta $[X]^2 = K_0 \cup K_1$ o bien

1. existe $H \subseteq X$ 0-homogéneo no numerable o
2. $X = \bigcup_{n \in \omega} H_n$ con H_n 1-homogéneo para toda n .

La cuestión es cuando esta afirmación es cierta; en el conjunto de los reales lo es. En esta plática además de exponer brevemente algunos resultados clásicos con respecto a este enunciado expondré algunos resultados de cuando $OCA(X)$ es un enunciado cierto para otros espacios además de los reales.

Algunas definiciones de finitud

Por Alejandra Osiris Romero Juárez

Se considerarán varias definiciones de conjunto finito, las relaciones que podamos obtener entre estas con y sin el Axioma de Elección y propiedades de los conjuntos definidos como finitos.

Algunas propiedades cubrientes y familias casi-ajenas

Por Javier Casas de la Rosa

En esta plática veremos cuando un Ψ -espacio cumple ciertas propiedades selectivas estrella cubrientes. Además, mencionaremos algunos aspectos combinatorios que tienen los Ψ -espacios con tales propiedades selectivas.

Introducción a los espacios de Ramsey

Por Sonia Navarro Flores

La teoría de los espacios topológicos de Ramsey es una área de la teoría de Ramsey que se encarga de trabajar con coloraciones en sucesiones infinitas de objetos. El primer resultado de ésta área es el teorema de Ellentuck. En el libro “Introduction to Ramsey spaces”, Todorčević extrae las características del espacio de Ellentuck que lo dotan de

sus propiedades Ramsey topológicas y define a los espacios topológicos de Ramsey, los cuales satisfacen la versión abstracta del teorema de Ellentuck. Motivados por algunos problemas relacionados con estructuras en el orden de Tukey, Todorčević, Dobrinen, Mijares y Trujillo han construido algunas clases de espacios topológicos, los cuales tienen asociados ultrafiltros con propiedades de partición interesantes. El objetivo de esta plática es presentar algunos ejemplos de espacios topológicos de Ramsey y ultrafiltros asociados a ellos.

Productos caja y la clase de los espacios discretamente generados

Por Héctor Alonso Barriga Acosta

La noción de espacio discretamente generado fue introducida por A. Dow, M.G. Tkachenko, V.V Tkachuk y R. Wilson recientemente (2002). Un espacio topológico X es *discretamente generado* si para cada $A \subseteq X$ y $x \in \overline{A}$, existe un conjunto discreto $D \subseteq A$ de tal forma que $x \in \overline{D}$. Esta teoría ha tenido un desarrollo considerable, pero aún es “jóven”, existen diversos problemas abiertos en el área. En esta charla daremos una breve introducción sobre la teoría, así como los resultados más relevantes. Mencionaremos una propiedad sobre espacios topológicos para que su producto caja sea discretamente generado. Por último, se presentará un problema que hemos resuelto y un avance importante de otro.

Familias casi ajenas

Por Dr. Osvaldo Tellez Nieto

Una familia $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(\omega)$ es una *familia casi ajena* si para cualesquiera $A, B \in \mathcal{A}$ distintos, se tiene que $A \cap B$ es finito. Las familias casi ajenas y casi ajenas maximales han sido extensamente estudiadas en los últimos años, pues juegan un papel importante en combinatoria infinita, en invariantes cardinales del continuo, ideales sobre ω y en otros temas de teoría de conjuntos. Dada una familia casi ajena \mathcal{F} , ¿cómo son las familias casi ajenas maximales que extienden a \mathcal{F} y cuál es su cardinalidad mínima? Dado un ideal \mathcal{I} sobre ω ¿cuál es la mínima cardinalidad de una familia casi ajena contenida en \mathcal{I} ? En esta plática abordaremos éstas y otras cuestiones sobre familias casi ajenas.

La guerra de los mundos aritméticos

Por Norberto Javier Rivas González

Los Axiomas de Peano se pueden enunciar en la lógica de primer orden, sin embargo, al hacer esto el principio de inducción deja de ser un axioma y se convierte en un esquema axiomático, dando como resultado un conjunto numerable de axiomas denominado PA. Es bien sabido que el conjunto de los números naturales (\mathbb{N}) junto a sus operaciones usuales es un modelo de estos axiomas (llamado sugestivamente el *modelo estándar*), incluso puede parecer que estos axiomas de primer orden continúan siendo *el corazón* de este conjunto y que, por ende, no puede haber *otros mundos diferentes* que sean modelos de PA, sin embargo, el Teorema de Compacidad muestra que esto no es así. El objetivo de esta charla es mostrar la existencia de modelos aritméticos no-estándar, además de ahondar en algunos aspectos de los modelos numerables, tales como su orden.

Algoritmos de búsqueda por similitud

Por Dra. Karina Figeroa Mora

Muchas aplicaciones modernas (i.e. reconocimiento de patrones o recuperación de información) requieren sistemas de búsquedas para encontrar a los objetos relevantes ante una consulta. En estas aplicaciones el patrón es el mismo, se tienen bases de datos enormes donde la búsqueda secuencial es impensable por el alto costo que podría implicar la comparación de 2 objetos de esa base. Este problema puede ser trasladado a un espacio métrico donde se tiene un universo de objetos y una medida de comparación entre ellos. En esta plática se mostrarán algunos algoritmos en este tema, además se mostrarán algunos avances de un sistema de foto-identificación de animales silvestres con técnicas no intrusivas.

La teoría de Ramsey y espacios de Banach

Por M. en C. Eduardo Abdón Calderón

La teoría de Ramsey ha motivado varios avances modernos en la teoría de espacios de Banach Separables. Hablaremos de algunos ejemplos de esto, entre los cuales están el Teorema de Brunel-Sucheston, que permite encontrar una subsucesión asintóticamente estable en fragmentos finitos de una sucesión normada de vectores arbitraria y algunos avances recientes en este ámbito. También discutiremos el concepto de distorsión en la esfera de un espacio de Banach y su relación con teoremas Ramsey-teóricos tales como el Teorema c_0 de Gowers, el cual que extiende el conocido resultado de Hindman sobre la existencia, en una coloración arbitraria de los naturales, de subconjuntos infinitos tales que todas sus sumas son del mismo color.