# Tarea 4

Naim Nuñez Morales.

29 de noviembre de 2014

**Resumen**

Ultima tarea examen. Se entrega individual o en parejas.

**Ejercicio 1.** Demuestre que $\wp(\omega) \cap \mathrm{INF} = \{a \subseteq \omega : a \sim \omega\}$.

**Ejercicio 2.** Demuestre de manera directa que el Lema de Zorn implica el Teorema de Buen Orden.

**Ejercicio 3.** Demuestre las siguientes afirmaciones.

- Lema de Zorn implica que $\forall z\,(z \in \mathrm{INF} \longrightarrow z \sim z \times 2)$.
- Lema de Zorn implica que $\forall z\,(z \in \mathrm{INF} \longrightarrow z \sim z \times z)$.

**Ejercicio 4.** Demuestre las siguientes afirmaciones.

- Si $a, b \in \mathrm{FIN}$, entonces ${}^{a}b \in \mathrm{FIN}$.
- Si $n, m \in \omega$, $n \sim a$ y $m \sim b$, entonces $|{}^{a}b| = m^{n}$.

**Ejercicio 5.** Demuestre las siguientes afirmaciones.

- $a \in \mathrm{INF}$ si y sólo si $\forall n \in \omega\,(n \prec a)$.
- $a$ es infinito según Dedekind[1] si y sólo si $\omega \preccurlyeq a$.
- Si $a \in \mathrm{INF}$ y $a$ es **finito** según Dedekind, entonces $a$ **no** es bien ordenable.
  HINT: Si $s$ es bien ordenable e infinito, entonces domina a $\omega$.

[1] $a$ es infinito según Dedekind si y sólo si es equipotente a alguno de sus subconjuntos propios.