Decaimiento radiactivo

Existen varios procesos mediante los cuales un núcleo puede emitir algún tipo de radiación pasando a un estado de menor energía (decaer). De entre ellos, los más conocidos son la radiación α (núcleos de helio), las radiaciones β^- y β^+ (electrones y positrones, respectivamente) y la radiación γ. Menos conocida es la emisión de electrones y rayos X mediante un proceso, llamado conversión interna, en el cual los electrones de las capas internas del átomo (principalmente los electrones *s*) absorben energía del núcleo y son expulsados del átomo, dejando un hueco que rápidamente es llenado por los electrones de capas superiores emitiendo los rayos X.

Cuando un núcleo decae por emisión α, el átomo desciende dos lugares en la tabla periódica (se trasmuta); cuando lo hace por emisión β^- (o β^+), asciende (o desciende) un lugar en la tabla periódica; en la emisión γ y en el proceso de conversión interna, el átomo no sufre trasmutación alguna, permaneciendo en el mismo sitio de la tabla periódica.

Los procesos de decaimiento nuclear son aleatorios, en la medida de que la probabilidad del decaimiento no depende de la historia pasada de un núcleo particular (como la probabilidad de que al lanzar un dado salga un número particular); es decir, no se puede saber cuáles núcleos van a decaer ni cuándo lo van a hacer. Sin embargo, si el numero N_P (que llamaremos núcleos padres) de núcleos presentes en un instante dado es muy grande, su cantidad disminuirá con el transcurso del tiempo (ya sea por trasmutación, o pasando a estados de menor energía) proporcionalmente al número de núcleos presente. Aunque N_P es una variable discreta, podemos tratarla como continua si es lo suficientemente grande.

Decaimiento simple (un solo proceso)

Entonces podemos decir que el ritmo temporal de disminución de N_P esta descrito por:

$$\frac{dN_P}{dt} = -\lambda N_P \tag{1.1}$$

en donde λ es una constante de proporcionalidad. Para encontrar el numero presente de núcleos padre remanentes en un instante dado, debemos reescribir la ecuación (1) e integrarla; esto es:

$$\int_{N_{P,0}}^{N_P} \frac{dN_P}{N_P} = -\int_0^t \lambda dt \tag{1.2}$$

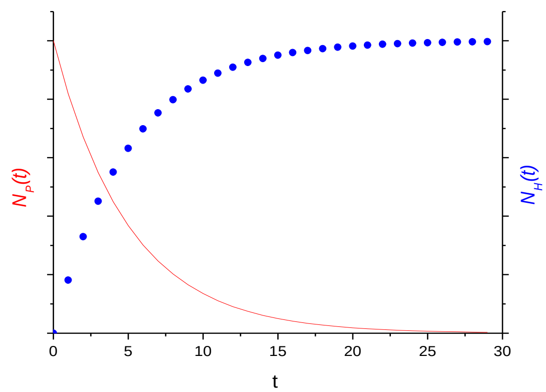
de donde se obtiene que:

$$N_P = N_{P,0} e^{-\lambda t} \tag{1.3}$$

Como resultado del proceso de decaimiento, el número de núcleos padres disminuye con el tiempo dando lugar a otros átomos, cuyos núcleos hijos N_H (ya sean de otro elemento, o del mismo elemento, pero con menor energía) irán aumentando en el tiempo. El número de núcleos hijos N_H como una función del tiempo es entonces:

$$N_H = N_{P,0} - N_p = N_{P,0} - N_{P,0}e^{-\lambda t} = N_{P,0}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) \tag{1.4}$$

El decremento de N_P y el aumento de N_H están representados gráficamente en la Figura 1.



Conviene definir tiempos característicos asociados con el proceso de decaimiento. Por ejemplo, ¿Cuánto tiempo $t_{½}$ transcurre para que la mitad del material original (al tiempo t = 0 arbitrario) haya decaído? De la ecuación (3.1) es inmediato que

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \tag{1.5}$$

Resulta claro que si la constante de decaimiento λ es grande, $t_{½}$ es muy pequeño y viceversa. Dependiendo de los materiales, la variación de este tiempo de vida promedio (algunas veces llamado semivida) puede ser del orden de 10^{42}.

También resulta útil definir un tiempo de vida media τ, el cual está directamente relacionado con la constante de decaimiento λ como $\tau = 1/\lambda$, de tal forma que, de la ecuación (3.1) resulta que

$$N_P = \frac{N_{P,0}}{e} \tag{1.6}$$

La relación entre el tiempo de vida promedio y el de vida media es entonces:

$$t_{1/2} = \tau \ln 2 \tag{1.7}$$

Cuando los hijos decaen a nietos

Decaimiento doble

En algunos casos, el producto de la desintegración puede, a su vez, decaer a un núcleo nieto N_N y, en general, su constante de decaimiento λ_H será diferente a la de su padre λ_P.

$$\frac{dN_H}{dt} = -\lambda_H N_H + \lambda_P N_P \qquad \text{o bien} \qquad dN_H + \lambda_H N_H dt = \lambda_P N_{P,0} e^{-\lambda_P} dt \tag{N}$$

Que, al multiplicarla por $e^{\lambda_H t}$, resulta

$$e^{\lambda_H t} dN_H + \lambda_H N_H e^{\lambda_H t} dt = \lambda_P N_{P,0} e^{(\lambda_H - \lambda_P)t} dt \tag{N}$$

Pero el miembro izquierdo de esta ecuación es $d\left(N_H e^{\lambda_H t}\right)$, así que entonces

$$d\left(N_H e^{\lambda_H t}\right) = \lambda_P N_{P,0} e^{(\lambda_H - \lambda_P)t} dt \tag{N}$$

Integrando esta ecuación desde $t = 0$ hasta t se obtiene:

$$N_H e^{\lambda_H t} - N_{H,0} = \frac{\lambda_P N_{P,0}}{\left(\lambda_H - \lambda_P\right)}\left[e^{(\lambda_H - \lambda_P)t} - 1\right] \tag{N}$$

y multiplicando por $e^{-\lambda_H t}$ se obtiene

$$N_H = \frac{\lambda_P N_{P,0}}{\left(\lambda_H - \lambda_P\right)}\left[e^{-\lambda_P t} - e^{-\lambda_H t}\right] + N_{H,0} e^{-\lambda_H t} \tag{N}$$

y como $N_{H,0} = 0$, resulta

$$N_H = \frac{\lambda_P N_{P,0}}{\left(\lambda_H - \lambda_P\right)}\left[e^{-\lambda_P t} - e^{-\lambda_H t}\right] \tag{N}$$