Lógica Matemática III. Tarea-Examen I.

Prof. Rafael Rojas Barbachano.
Ayte. Jorge Alan Morales Morillón.

22 - 03 - 2017

1. Subestructuras y definibilidad.

1.1 (2 pts.) Demuestra que A_L admite eliminación de cuantificadores.

1.2 (2 pto.) Decimos que $A \subseteq \mathbb{N}$ es periódico si existe un número positivo n tal que, $a \in A$ sii $a+n \in A$. A es finalmente periódico sii existen numeros positivos n, m tales que, para $m < a$, $a \in A$ sii $a + n \in A$.

Demuestra que $A \subseteq \mathbb{N}$ es definible en $\mathfrak{N}_+$ sii es finalmente periódico.

2. Funciones Recursivas

1.1 (1 pto.) Definir y probar **Sustitución prima** y **Recusrsión prima**

1.2 (3 pts.) Muestra que las siguientes funciones son primas.

- Función factorial
- Función exponencial
- El residuo de dividir x entre y, $res(x, y)$
- El cociente de dividir x entre y, $coc(x, y)$
- El número de divisores de cada natural, $d : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$
- El número de primos menores o iguales a un natural dado, $\mathfrak{n} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$
- El mínimo de n números, $min(x_1, ..., x_n)$
- El máximo de n números, $max(x_1, ..., x_n)$
- Si $f : \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N}$ es recursiva, entonces es recursiva:

$$\sum_{u<i<v} f(x_1, ..., x_n, i)$$

- Si $f : \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N}$ es recursiva, entonces es recursiva:

$$\prod_{u<i<v} f(x_1, ..., x_n, i)$$

1.3 (2 pts.) Muestra los sigientes enunciados.

- Si $f(x, y, z)$ es una función recursiva, entonces $g(x, y) = f(x, y, n)$ con $n \in \mathbb{N}$ es recursiva.
- Si $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ es una función recursiva, entonces $g(x, n) = f(f(...(f(x))...))$, aplicar n+1 veces f a x, es recursiva.
- Sea $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ recursiva primitiva. Si $A = \{x \in \mathbb{N} : f(x) \neq f(y), para y < x\}$, entonces A es recursivo.
- Si $g' : \mathbb{N}^l \to \mathbb{N}$ y $h' : \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$ son funciones recursivas primas, entonces $f' : \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{N}$ obtenida por el método de recursión prima es una función recursiva prima.