

Tarea Extra

Prof. Rafael Barbachano Aydte. Marcos Mazari

November 5, 2013

1. Construya los hipernaturales y descríbalos exhaustivamente. (Galaxias, estructura algebraica, tamaño...) (2 pts)
2. Demuestre lo siguiente:
 - (a) Sea $\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{C}$ y $\mathfrak{A} \prec \mathfrak{C}$ y $\mathfrak{B} \prec \mathfrak{C}$ entonces $\mathfrak{A} \prec \mathfrak{B}$. (1 pto)
 - (b) Sea $\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{B}$, Si dados $a_1, \dots, a_n \in \mathfrak{A}$ y $b \in \mathfrak{B}$ existe un automorfismo $f: \mathfrak{B} \rightarrow \mathfrak{B}$ que deja fijos a a_1, \dots, a_n y tal que $f(b) \in \mathfrak{A}$ entonces $\mathfrak{A} \prec \mathfrak{B}$. (1 pto)
3. Demuestre lo siguiente:
 - (a) Si $\mathfrak{A}_i \equiv \mathfrak{B}_i \forall i \in I$ entonces para todo u ultrafiltro de I , tenemos que: $\prod_{i \in I} \mathfrak{A}_i / u \equiv \prod_{i \in I} \mathfrak{B}_i / u$. (1 pto)
 - (b) Si $\mathfrak{A}_i \prec \mathfrak{B}_i \forall i \in I$ entonces para todo u ultrafiltro de I , tenemos que: $\prod_{i \in I} \mathfrak{A}_i / u \prec \prod_{i \in I} \mathfrak{B}_i / u$. (1 pto)
4. Supongase que para cada $i \in \omega$ tengo un \mathfrak{A}_i tal que el tamaño del universo de \mathfrak{A}_i es i , entonces existe un ultraproducto de los \mathfrak{A}_i cuyo universo es infinito. (2 pts)
5. Decimos que una teoría es κ -categórica si cualesquiera dos modelos de cardinalidad κ son isomorfos. Demuestre que si T sólo tiene modelos infinitos y T es κ -categórica entonces T es completa. (2 pts)