Escribir en Primer Orden: (2 ptos):

- Construye un tipo de semejanza adecuado para escribir los siguientes conceptos matemáticos, y encuentra una oración en el lenguaje de primer orden que los describa:
  - a) La función f con dominio real y rango real, es continua en 0.
  - b) La relación R es un orden lineal denso (entre dos puntos distintos siempre hay uno en medio de ellos).
  - c) Que un orden R tenga un elemento mínimo.
  - d) Que una operación binaria + conserve un orden R.
  - e) Que la constante M sea máximo de un orden R.
  - f) Que todo par de elementos tengan supremo en un orden R. (Mínima cota superior).
  - g) Que una función sea monótona.
  - h) Que existan números primos.
  - i) Que R sea una relación de equivalencia.
  - j) Tener exactamente 3 elementos.

Álgebra Lineal: (2 ptos)

- Construiremos un sistema formal abstracto:

Tomemos como lenguaje base, al conjunto de números reales agregandole el símbolo “#” . Tomemos al conjunto de fórmulas como el conjunto de todas las expresiones que constan de exactamente 3 símbolos reales separados por un #. Y tomemos como reglas de inferencia: {(a#b#c d#e#f) | (a+d)#(b+e)#(c+f)} donde (a+d)#(b+e)#(c+f) es la fórmula formada por la suma término a término de las fórmulas a#b#c” y d#e#f;

y para todo r real añadamos la regla de inferencia {(a#b#c) | (r*a)#(r*b)#(r*c)}.

Demuestra:

- El conjunto {1#0#0, 0#1#0, 0#0#1} es independiente y trivial.
- Identificando las fórmulas con respectivos puntos en el el espacio. Demuestra que la teoría axiomatizada por el conjunto {1#0#0, 0#1#0} es completa y correcta con respecto a la propiedad “ser perpendicular a 0#0#1”
- Caracteriza las teorías consistentes de este sistema formal.

Teoremas:

-Descarga de la página las notas sobre sistemas formales, y prueba la proposición 2.4. de la página 5. (3 ptos)

Ordenes de Lindenbaumm

- Tomemos un sistema formal fijo, un conjunto T de formulas del sistema, que sea teoría. (3 ptos)

Para dos fórmulas B, C decimos que “C equivale a B módulo T” si B es un teorema de T al unir C, y C es un teorema de T al unir B. Prueba que esta relación es de equivalencia.

Consideremos el conjunto de clases de equivalencia generado por la relación de equivalencia anterior.

Decimos que “[B] es menor que [C] módulo T” si de T al unir B se deduce C.

Demuestra que esta relación está bien definida (no depende de los representantes). Y que esta relación binaria es un orden parcial no estricto.

Demuestra que el orden parcial tiene máximo. ¿Quién es el máximo?

Construye un sistema formal que tenga una teoría, tal que su orden parcial inducido de esta forma no tenga elementos minimales. (2 ptos)