Álgebras Booleanas:
1. Nociones Básicas:
1.1 Demuestra que los numeros enteros con el orden de la divisíon ($n \le m$ si y solo si $n|m$) es una retícula. (¿Tienen máximo y mínimo?). Demuestra que este orden no es un álebra booleana. (0.5 ptos)
1.2 Sea X un conjunto no vacío. El conjunto de los conjuntos finitos junto con los cofinitos es una álgebra booleana. Esto es, si $Cof(X)= \{Y \subset X | X \setminus Y \text{ es finito}\}$ y $Fin(X)= \{Y \subset X | Y \text{ es finito}\}$, entonces $K = Cof(X) \cup Fin(X)$ con el orden inducido por la inclusióon es una álgebra booleana. (1 pto.)
1.3 Revisa el teorema 2.8 de las notas sobre álgebras booleanas, entiéndela. Haz unas síntesis de la demostración utilizando solamente palabras claves que consideres contienen las ideas esenciales de ella. Rescata las ideas y trucos. (0.5 ptos)

2. Homomorfimos

2.1 Sea $f : A \to B$ un morfismo de álgebras booleanas. Demuestre que $f(0) = 0$ y $f(1) = 1$. (.7 ptos)

2.2 Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ morfismos de álgebras booleanas. Demuestre que $g \circ f$ es un morfismo de álgebras booleanas. (.7 ptos)

2.3 Demuestre que todo morfismo de álgebras booleanas preserva el orden. Esto es si $x \le y$ entonces $f(x) \le f(y)$. (.7 ptos)

2.4 Sea X un conjunto no vacío. Entonces la inclusión $i : K\,x \to \wp(X)$ es un morfismo de álgebras booleanas. (Donde K x denota el álgebra booleana inducida por los conjuntos finitos y cofinitos de x). (.7 ptos)

3. Núcleos, Ideales y Subálgebras.

3.1 Resuelve 3 de los ejercicios: 2.14, 2.15, 2.16, 2.19, 2.21. (1.25 ptos)

3.2 Haz una síntesis de ideas del lema 2.22, y los teoremas 2.24, 2.26. (1.25 ptos)

4. Filtros

4.1 Resuelve los ejercicios 2.31, 2.37, 2.39, 2.40. (1.25 ptos)

4.2 Haz una síntesis del teorema 2.33. (1.25 ptos)

5. Problemas. (Muy muy dificiles)

5.1 Decimos que un álgebra es finitamente generada, si existen (x1, x2. ..., xn) que la generen. Demuestra que si un álgebra tiene k generadores entonces el número de elementos que tiene es menor o igual a 2 a la (2 a la k). (4 ptos)

5.2 En un álgebra booleana llamamos a un elemento A de ella átomo, si para todo elemento x del álgebra $x < A$ implica $x = 0$. Demuestra que cualesquiera dos álgebras booleanas, que no tengan átomos, y sean numerables son isomorfas. (4 ptos)