

Pruebas Formales:

- Expón un esquema de demostración formal del Corolario 1.10 (inciso a) que se encuentra en la página 38 (45 pa los cuates) del libro Introduction to Mathematical Logic, Mendelson E. Que encontraras entre mis notas. (Hint: Lee el pseudo esquema de demostración expuesto en el libro y construye la prueba basándote en el meta teorema de la deducción). (2.5 ptos)

- Expón pseudo esquemas de demostración formal (utilizando metateoremas como el de la deducción si deseas) de al menos 3 incisos del ejercicio 1.48 que se encuentra en la página 40 (47 pa los cuates). (2.5 ptos)

Completud:

- Construye un cálculo que sea completo y correcto con respecto a la propiedad de ser una contradicción. Utiliza una cantidad finita de reglas de inferencia, y una cantidad finita de esquemas axiomáticos. (Hint: Considera el cálculo construido completo y correcto con respecto a las tautologías. Modificalo de una manera truculenta. Piensa que lo verdadero es falso y créételo). (2.5 ptos)

-Para dos fórmulas B, C decimos que “C equivale a B” si B es un teorema de C y los axiomas, y C es un teorema de B y los axiomas. Prueba que esta relación es de equivalencia. Consideremos el conjunto de clases de equivalencia generado por la relación de equivalencia anterior. Decimos que “[B] es menor que [C]” si de B se deduce C. Demuestra que este orden es un álgebra booleana. Demuestra que esta álgebra es numerable y no tiene átomos. (2.5 ptos)

Compacidad:

- Decimos que una gráfica es k-coloreable si hay una coloración de sus vértices con k colores tal que cualesquiera dos vértices adyacentes tienen colores distintos. Prueba usando el teorema de compacidad para la lógica de predicados, que una gráfica es k-coloreable si y sólo si toda subgráfica finita es k-coloreable. (2.5 ptos)

Fumadas:

- Dadas dos fórmulas del cálculo de proposiciones definimos $f: \text{TAU} \times \text{TAU} \rightarrow \mathbb{N}$ como $f(A, B) = n$ si $A \neq B$ y n es el menor valor que puede tomar la longitud de una demostración de B a partir de A y los axiomas que dimos para el cálculo de predicados, y $f(A, B) = 0$ si $A = B$. Definimos $d(A, B) = \max\{f(A, B), f(B, A)\}$. Demuestra que d es una métrica bien definida en TAU. (2.5 ptos)

-¿Será cierto que para todo natural m existen tautologías A, B tales que $d(A, B) > m$? (Advertencia: este ejercicio no lo he resuelto yo, puede que su solución sea muy difícil.) (2.5 ptos)