

Fórmulas Atómicas

Pasamos ahora a simbolizar las primeras afirmaciones que podemos hacer, en nuestras estructuras, acerca de los elementos de ella. Ya contamos con símbolos para “hablar” de los elementos, los términos, y también para las relaciones, las letras predicativas.

Algo básico son las afirmaciones de la igualdad entre términos, si queremos simbolizar esto necesitaremos un símbolo especial que formalice la identidad, nosotros usaremos “ \approx ”. Agreguemoslo a nuestro alfabeto:

$\mathcal{L}_\rho = \rho$	Tipo de semejanza
$\cup \{v_i / i \in \mathbb{N}\}$	Un número numerable de variables
$\cup \{ \approx \}$	Símbolo para la Igualdad o la Identidad
$\cup \{), (, ' \}$	de puntuación o auxiliares
$\cup \dots$	(por aumentar)

Las primeras expresiones que serán básicas en nuestro lenguaje formal y de las cuales construiremos todas las demás aceptadas como bien escritas, se dan en forma oficial en la siguiente,

Definición. Si $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ son ρ -Términos y $P \in \mathcal{P}_n$, entonces

$$(\tau_1 \approx \tau_2) \quad \text{y} \quad P(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$$

son *Fórmulas Atómicas de tipo ρ* , en breve, ρ -*Atómicas*.

Ejemplos: ...

Interpretación de Fórmulas Atómicas

Sean $\mathfrak{A} = \langle A, I \rangle \in V_\rho$ y $s \in {}^\omega A$. ¿Cómo se interpreta una ρ -atómica, digamos φ , en \mathfrak{A} y en s ?

Si primero interpretamos los términos que aparecen en φ , obtenemos elementos de A . Ahora bien, al ser atómica φ , al interpretar el símbolo “ \approx ”, ésta “habla” de la igualdad o identidad entre elementos de A ; lo cual puede ser *cierto* o *falso*. En forma análoga, si aparece un símbolo predicativo de aridad n , digamos P , al interpretarlo, según I , nos dará una relación de la misma aridad, por tanto la interpretación de φ ,

nos “dice” que alguna n -ada de elementos de A está en dicha relación, lo cual podría ser *cierto* o ser *falso*.

En resumen, al interpretar una fórmula atómica, en una estructura y bajo una asignación obtenemos una afirmación o proposición, la cual puede ser *verdadera* o *falsa*. Por supuesto que la verdad o falsedad depende de la estructura y de la asignación. *v.g.* podría ocurrir que, para una estructura particular, hubiera **dos** asignaciones y en una fuera verdadera y en la otra falsa. En el caso de tener **dos** estructuras es decir, **dos** interpretaciones de una ρ -atómica en una podría ser verdadera y en la otra falsa.

Definición. Si $P \in \mathcal{P}_n$ y $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n \in TRM_\rho$, entonces

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} \models (\tau_1 \approx \tau_2)[s] & \quad \text{syss} \quad \tau_1^{\mathfrak{A}}[s] = \tau_2^{\mathfrak{A}}[s] \\ \mathfrak{A} \models P(\tau_1, \dots, \tau_n)[s] & \quad \text{syss} \quad \langle \tau_1^{\mathfrak{A}}[s], \dots, \tau_n^{\mathfrak{A}}[s] \rangle \in P^{\mathfrak{A}} \end{aligned}$$

Notación: Si φ es una ρ -atómica y es el caso en que $\mathfrak{A} \models \varphi[s]$, diremos que \mathfrak{A} *Satisface a φ en s* o que φ es Satisfecha por \mathfrak{A} bajo s . En caso contrario, escribiremos $\mathfrak{A} \not\models \varphi[s]$.

Ejemplos: ...