

Lógica Matemática III

1er. Teorema de Incompletud de Gödel

- I) **Argumento de Gödel.**
 - a) Antecedentes históricos.
 - b) Heurística de problema. La Paradoja del Mentiroso y la de Richard.
 - c) El Argumento.
- II) **Aritmética Recursiva.**
 - a) Primeras definiciones.
 - b) Sustitución y recursión.
 - c) Resultados sobre funciones recursivas.
 - d) Relaciones recursivas. Función característica de una relación.
 - e) Resultados sobre relaciones recursivas.
- III) **Formalización de la Aritmética de Peano.**
 - a) Aritmética de Peano. La estructura \mathbb{N} .
 - b) Un Sistema Formal para \mathbb{N} (AP). Términos, fórmulas, axiomas, reglas de inferencia.
 - c) Algunos teoremas y sus demostraciones, en AP .
 - d) Divisibilidad, números primos e inducción.
- IV) **Representabilidad de funciones recursivas.**
 - a) Expresabilidad de relaciones en AP . Relaciones expresables en AP
 - b) Representabilidad de funciones en AP . Funciones representables en AP
 - c) Representabilidad de funciones recursivas en AP .
 - d) Demostración de los teoremas que relacionan funciones y relaciones recursivas con la representabilidad y expresabilidad en AP respectivamente.
- V) **Aritmetización de la Metateoría.**
 - a) Introducción. Estrategia de Gödel.
 - b) Numeración de Gödel. Números de Gödel de expresiones, sucesiones de expresiones, fórmulas, pruebas, etc.
 - c) Transcripción de la sintaxis de AP a la aritmética. Teoremas acerca de cómo transcribir algunos enunciados metateóricos a fórmulas de la aritmética recursiva.
- VI) **Teoremas de Gödel**
 - a) Primer teorema de Gödel para AP .
 - b) Teorema de Gödel- Rosser para AP .
 - c) Condiciones para que una teoría de primer orden esté sujeta al teorema de Gödel-Rosser.
 - d) Segundo Teorema de Gödel. Predicados de prueba. Teorema de Löb.