

# Lógica Matemática III

## 1er. Teorema de Incompletud de Gödel

### I) Argumento de Gödel.

- a) Antecedentes históricos.
- b) Heurística de problema. La Paradoja del Mentiroso y la de Richard.
- c) El Argumento.

### II) Aritmética Recursiva.

- a) Primeras definiciones.
- b) Sustitución y recursión.
- c) Resultados sobre funciones recursivas.
- d) Relaciones recursivas. Función característica de una relación.
- e) Resultados sobre relaciones recursivas.

### III) Formalización de la Aritmética de Peano.

- a) Aritmética de Peano. La estructura  $\mathbb{N}$ .
- b) Un Sistema Formal para  $\mathbb{N}$  ( $AP$ ). Un Lenguaje Formal, Términos, fórmulas, un cálculo para la Aritmética, axiomas.
- c) Algunos teoremas y sus demostraciones, en  $AP$ .
- d) Divisibilidad, números primos e inducción.

### IV) Representabilidad de funciones recursivas.

- a) Expresabilidad de relaciones en  $AP$ . Relaciones expresables en  $AP$
- b) Representabilidad de funciones en  $AP$ . Funciones representables en  $AP$
- c) Representabilidad de funciones recursivas en  $AP$ .
- d) Teoremas que relacionan funciones y relaciones recursivas con la representabilidad y expresabilidad en  $AP$ , respectivamente.

### V) Aritmetización de la Metateoría.

- a) Introducción. Estrategia de Gödel.
- b) Numeración de Gödel. Números de Gödel de expresiones, sucesiones de expresiones, fórmulas, pruebas, etc.
- c) Transcripción de la sintaxis de  $AP$  a la aritmética.  
Teoremas acerca de cómo transcribir algunos enunciados metateóricos a fórmulas de la aritmética recursiva.

### VI) Primer Teorema de Gödel.

- a) Primer teorema de Gödel para  $AP$ .
- b) Teorema de Gödel- Rosser para  $AP$ .
- c) Condiciones para que una teoría de primer orden esté sujeta al teorema de Gödel-Rosser.
- d) Lema Diagonal.

### VII) Bosquejo del Segundo Teorema de Gödel.

Predicados de prueba. Teorema de Löb.