

Lógica Matemática II

Tarea Examen II

9 de abril de 2015

1. **Sintaxis:** En los ejercicios siguientes está prohibido emplear el significado, la noción de verdad, etc.

a) Pruebe que hay una deducción en el *CP* de las siguientes fórmulas (De la deducción o emplee meta teoremas).

1) $\forall x(\alpha \ \& \ \beta) \rightarrow ((\forall x\alpha) \ \& \ (\forall x\beta))$

2) $\forall x\alpha(x) \rightarrow \exists x\alpha(x)$

3) $\forall x(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\forall x\alpha \rightarrow \forall x\beta)$

4) $\exists x(\alpha \vee \beta) \rightarrow (\exists x\alpha \vee \exists x\beta)$

5)

$$\forall x_1 \dots \forall x_n \forall y_1 \dots \forall y_n \left[\bigwedge_{i=1}^n x_i \approx y_i \rightarrow t(x_1, \dots, x_n) \approx t(y_1, \dots, y_n) \right]$$

Donde $t(x_1, \dots, x_n) \in TMR_\rho$ donde aparecen exactamente las variables x_1, \dots, x_n y $t(y_1, \dots, y_n)$ es el resultado de sustituir en $t(x_1, \dots, x_n)$ la variable x_i por y_i .

6)

$$\forall x_1 \dots \forall x_n \forall y_1 \dots \forall y_n \left[\bigwedge_{i=1}^n x_i \approx y_i \rightarrow (R(x_1, \dots, x_n) \leftrightarrow R(y_1, \dots, y_n)) \right]$$

Donde R es una letra relacional de aridad n y la explicación de $R(x_1, \dots, x_n)$ y $R(y_1, \dots, y_n)$ son análogas al inciso anterior. Haga notar que este resultado se puede hacer para cualquier $\varphi(x_1, \dots, x_n)$.

b) Pruebe que

$$\forall x(\varphi \rightarrow \psi), \forall x\varphi \vdash \forall x\psi$$

Y empleando el **algoritmo brindado por la prueba del Metateorema de la deducción** exhiba que

$$\forall x\varphi \vdash \forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \forall x\psi$$

2. **Semántica :**

a) Sean $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in V_\rho$ y $h : A \rightarrow B$. Si para toda fórmula α atómica o negación de una atómica se tiene que

$$\text{Para todas } a_1, \dots, a_n \in A \ \mathfrak{A} \models \alpha[a_1, \dots, a_n] \text{ syss } \mathfrak{B} \models \alpha[h(a_1), \dots, h(a_n)]$$

Entonces h es un encaje de \mathfrak{A} en \mathfrak{B} .

b) Pruebe que la composición de encajes es un encaje.

Posiblemente serán agregados más problemas...