

# Tarea-Examen III

Prof. Rafael Rojas Barbachano  
Ayte. Estefania Riviello Ayte. Fernando Nuñez

14 de noviembre de 2014

Resuelva lo siguiente, solo puede emplear SEMÁNTICA

1. Pruebe los siguientes enunciados:

a) (De las notas del Profesor sobre MTS) Sean  $\alpha, \beta, \alpha', \beta' \in \Phi(\mathbb{B})$  como en el  $\mathbf{MTS}_2$ . Así

$$\models (\alpha \leftrightarrow \beta) \rightarrow (\alpha' \leftrightarrow \beta')$$

b) (De las notas del Profesor sobre MTS) Sean  $\alpha, \gamma, \delta, \tilde{\alpha} \in \Phi(\mathbb{B})$ , como en el  $\mathbf{MTS}_3$ . Así

$$\models (\gamma \leftrightarrow \delta) \rightarrow (\alpha \leftrightarrow \tilde{\alpha})$$

c) Por inducción sobre la formación de fórmulas. Probar que toda fórmula es equivalente a una Forma Normal.

d) Probar que toda fórmula es equivalente a una escrita en Forma Normal Conjuntiva con las mismas letras proposicionales.

e) Los conjuntos de conectivos  $\{\neg\}$ ,  $\{\&\}$  y  $\{\vee\}$  no son completos.

f) Encuentra una **FND** y una **FNC** para el bicondicional  $(\alpha \leftrightarrow \beta)$  y otro tanto para su negación,  $\neg(\alpha \leftrightarrow \beta)$ .

2. Sean  $\Sigma \cup \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \Phi(\mathbb{B})$ . De las siguientes afirmaciones diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, de ser verdaderas exhiba una prueba y de ser falsa un contraejemplo.

a) Si  $\Sigma \not\models \alpha$ , entonces  $\Sigma \models \alpha$ ;

b) Si  $\Sigma \models \alpha$  y  $\Sigma \models \beta$ , entonces  $\Sigma \models \alpha \& \beta$ ;

c) Si  $\Sigma \models \alpha \vee \beta$ , entonces  $\Sigma \models \alpha$  o  $\Sigma \models \beta$ ;

d) Si  $\Sigma \models \alpha$  o  $\Sigma \models \beta$ , entonces  $\Sigma \models \alpha \vee \beta$

e)  $\{\neg\alpha, \beta\}$  es insatisfacible si  $\alpha \models \beta$

Para esta parte solo puede emplear SINTAXIS

1. De una prueba de que  $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma), \beta \vdash \alpha \rightarrow \gamma$ , luego con el algoritmo brindado por la prueba del teorema de la deducción exhiba que  $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \vdash \beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$

2. Diga si las siguientes fórmulas son o no teoremas del  $CProp$  (si la respuesta es afirmativa exhiba la deducción, o pruebe que existe empleando metateoremas. Si es negativa puede argumentar desde el Metateorema de Correctud para el  $CProp$ ):

- $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha)$
- $(\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$
- $(\alpha \& \beta) \rightarrow \alpha$

**PUNTO EXTRA:** Cuantas fórmulas **no** lógicamente equivalentes entre si hay que tengan exactamente las mismas  $n \in \mathbb{Z}^+$  letras proposicionales ?

**MEDIO PUNTO EXTRA:** Resuelva el siguiente problema: Estás en la tierra habitada por gente que o siempre dice la verdad o siempre dice mentiras. Llegas a una encrucijada en el camino y necesitas saber cuál de los caminos te lleva al Infierno y cual al Paraiso. En la mera encrucijada encuentras a dos peculiares gnomos gemelos sentados bajo un cartel que a la letra dice: “¡Sientase con confianza! usted puede hacer una pregunta, pero solo una, a uno de nosotros y esté seguro que le responderá con un *sí* o con uno *no*”. Qué pregunta harías para saber qué camino debes tomar?