Tipo de Semejanza

Iniciamos la simbolización o formalización de los elementos constitutivos de las Estructuras Elementales.

Consideremos una estructura elemental arbitraria:

$$\left\langle A\ ,\ \mathcal{R}\ ,\ \mathcal{O}\ ,\ \mathcal{E}\right\rangle$$

Necesitamos un símbolo para cada relación, uno para cada operación y otros para cada elemento distinguido. Y debido a que las relaciones y las operaciones tienen una determinada aridad, habrá que asociar a los símbos para ellos, un entero positivo.

Procedamos ahora con el lenguaje formal, daremos los primeros símbolos de nuestro alfabeto. Y esto lo haremos con todo el rigor necesario (el formal).

Definición. Diremos que ρ es un *Tipo de Semejanza* syss ρ es un conjunto, posíblemente vacío, de símbolos de la forma:

$$\rho = \left(\bigcup_{n\in\mathbb{Z}^+} \mathcal{P}_n\right) \cup \left(\bigcup_{n\in\mathbb{Z}^+} \mathcal{F}_n\right) \cup \mathcal{C}$$

donde,

•) Para cada $n \in \mathbb{Z}^+$, $\mathcal{P}_n$ es un conjunto de símbolos; llamados *Letras Predicativas.* *Si* $s \in \mathcal{P}_n$, se dirá que s es o tiene *aridad* n.

• •) Para cada $n \in \mathbb{Z}^+$, $\mathcal{F}_n$ es un conjunto de símbolos; llamados *Letras Funcionales.* *Si* $s \in \mathcal{F}_n$, se dirá que s es o tiene *aridad* n. Y

• • •) $\mathcal{C}$ es un conjunto de símbolos; llamados *Constantes Individuales.*

Petición: Ningún símbolo es una sucesión finita de otros símbolos.

Ejemplos: …

Notación:

1. Usaremos las letras mayúsculas: P, Q, R, S, con índices y supraíndices, como *metavariables* para denotar –es decir, que variaran entre– las letras predicativas.

2. Usaremos las letras minúsculas: f, g, h, con índices y supraíndices, como *metavariables* para denotar letras funcionales.

3. Usaremos las letras minúsculas: c, d, e, con índices y supraíndices, como *metavariables* para denotar a las constantes individuales.

Interpretaciones de tipo ρ

Dado un tipo de semejanza ρ –como conjunto de símbolos formales que es– sus elementos son suceptibles de interpretarse. Pasemos ahora a decir oficialmente cómo se interpretan.

Definición. $\mathfrak{A}$ es una *Interpretación de tipo* ρ, en breve, una ρ–*Interpretación* syss

$$\mathfrak{A} = \langle A \, , \, I \rangle$$

donde:

i). A es un conjunto no–vacio.

ii). I es una función; llamada *Función de Interpretación y* es tal que tiene como domino a ρ y para todo $n \in \mathbb{Z}^+$:

- **a**). Si $P \in \mathcal{P}_n$, entonces $I(P) \subseteq A^n$.
- **b**). Si $f \in \mathcal{F}_n$, entonces $I(f) \, : A^n \to A$
- **c**). Si $c \in \mathcal{C}$, entonces $I(c) \in A$

Obsérvese que podemos asociar a cada ρ–interpretación una Estructura Elemental –la inducida por la imágen de I.

Ejemplos: …

Notación:

a) Sea $\mathfrak{A} = \langle A \, , \, I \rangle$ una ρ–interpretación.

- **i**) Si $s \in \rho$, escribiremos $s^{\mathfrak{A}} \rightleftharpoons I(s)$
- **ii**) Si ρ es finito, digamos $\rho = \{s_1, \ldots, s_n\}$, escribiremos

$$\langle A \, , \, s_1^{\mathfrak{A}} \, , \, \ldots \, , \, s_n^{\mathfrak{A}} \rangle \rightleftharpoons \langle A \, , \, I \rangle$$

b) Usaremos como metavariables:

- Letras góticas (fraktur) mayúsculas $\mathfrak{A}, \; \mathfrak{B}, \; \mathfrak{C}, \ldots$ para denotar ρ–estructuras. Y
- Las letras mayúsculas $A, \, B, \, C, \ldots$ para denotar sus respectivos universos o bases.

c) $V_\rho = \left\{ \mathfrak{A} \; / \; \mathfrak{A} \text{ es una } \rho\text{–estructura} \right\}$ es el *Universo de las Estructuras de tipo* ρ.

Como trabajaremos, de ahora en adelante, es meternos a un proceso en "espiral", vamos a:

simbolizar $\hookrightarrow$ interpretar $\hookrightarrow$ simbolizar $\hookrightarrow$ interpretar

de tal manera que iremos construyendo el lenguaje formal adecuado para hablar de las estructuras elementales y a su vez cómo vamos interpretandolo.

Debido a este proceso, el alfabeto que iremos construyendo será un conjunto de símbolos formales, partiendo de un tipo de semejanza específico, digamos ρ, al cual iremos agregando más símbolos formales. Lo denotaremos por $\mathcal{L}_\rho$.

En lo que sigue, fijemos un tipo de semejanza:

$$\rho = \left(\bigcup_{n \in \mathbb{Z}^+} \mathcal{P}_n \right) \cup \left(\bigcup_{n \in \mathbb{Z}^+} \mathcal{F}_n \right) \cup \mathcal{C}$$

Así, nuestro alfabeto, inicia como:

$$\mathcal{L}_\rho = \rho \quad \left(\cup \ldots \right)$$

De ahora en adelante, entenderemos por una *Expresión de tipo* ρ, en breve, *una ρ–expresión,* a una sucesión finita de símbolos de $\mathcal{L}_\rho$, o dicho conjuntistamente, a una función con dominio un segmento inicial de los números naturales e imagen en $\mathcal{L}_\rho$. Teniendo en cuenta que con este proceso, nuestro alfabeto irá creciendo. Solamente hay una petición o restricción, que es que **ningún símbolo es una sucesión finita de otros símbolos**.

Notación:

$$\begin{aligned} EXP_\rho &= \left\{ e \ / \ e \text{ es una } \rho\text{–expresión} \right\} \\ &= \left\{ e \ / \ e \text{ es una sucesión finita de símbolos de } \mathcal{L}_\rho \right\} \\ &= \left\{ e \ / \ \text{hay un } n \in \mathbb{N},\ e : \{0, \ldots, n\} \to \mathcal{L}_\rho \right\} \end{aligned}$$