Términos de tipo ρ.

En el lenguaje cotidiano (obviamente en matemáticas), por un término entendemos que es una expresión que se usa para denotar a un elemento o individuo del "mundo" del discurso donde estemos trabajando.

Ejemplos: $0,\ \pi,\ x,\ 28+35,\ \sqrt[2]{-1}\ ,\ 3x+2,\ ax^2+bx+c,\ \int_1^x \frac{1}{t}dt,\ \ldots$

Así, un término es un elemento, una variable, el resultado de una(s) operación(es) sobre elementos, etc. Para formalizar la noción de término, ya tenemos a las constantes individuales y las letras funcionales, necesitamos introducir nuevos símbolos. símbolos para **variables formales** –un número numerable es necesario y suficiente– y algunos símbolos de puntuación o también llamados auxiliares.

Así, nuestro alfabeto (formal) va tomando la siguiente forma,

$\mathcal{L}_\rho$	$=$	ρ	Tipo de semejanza
	$\cup$	$\left\{ v_i \ / \ i \in \mathbb{N} \right\}$	Un número numerable de variables
	$\cup$	$\left\{ \ ) \ , \ (\ , \ ' \ \right\}$	Símbolos de puntuación o auxiliares
	$\cup$	$\ldots$	(por aumentar)

Notación:

1. $VAR = \left\{ v_i \ / \ i \in \mathbb{N} \right\}$.

2. Usaremos las letras minúsculas $x,\ y,\ z,\ w,$ con índices, supraíndices para denotar a las variables. Dicho rigurosamente, usaremos estas metavariables que variarán sobre las variables formales.

Una definición de término formal, la podemos dar en forma inductiva, es decir, pensarla como generada a partir de las variables y constantes y aplicar sucesivamente las letras funcionales.

Definición:

1. Las variables y las constantes individuales son ρ–*Términos.*

2. Si $f \in \mathcal{F}_n$ y $\tau_1, \ldots, \tau_n$ son ρ–términos*,* entonces

$f(\tau_1, \ldots, \tau_n)$ es un ρ–*Término*

3. Una ρ–expresión es un ρ–término solo si se puede probar que lo es, sobre las bases de las condiciones **1** y **2**.

Notación:

3. $TRM_\rho = \left\{ e \in EXP_\rho \ / \ e \text{ es un } \rho\text{–término} \right\}$.

4. Usaremos la letra griega τ con índices, para denotar a los *términos de tipo* ρ o, en corto, ρ–*términos*.

Una definición alternativa, de término formal, es una de corte conjuntista:

Definición. TRM_ρ es el $\subseteq$–menor conjunto de ρ–expresiones que:

I)

$$VAR \cup \mathcal{C} \subseteq TRM_\rho$$

Y

II) Si $f \in \mathcal{F}_n$ y $\tau_1, \ldots, \tau_n \in TRM_\rho$, entonces

$$f(\tau_1, \ldots, \tau_n) \in TRM_\rho$$

Ejemplos: …

Interpretación de un ρ–término

Si $\mathfrak{A} = \langle A, I \rangle \in V_\rho$ y $\tau \in TRM_\rho$, ¿Cómo interpretamos a τ en $\mathfrak{A}$?

Si en τ no aparecen variables, la interpretación, en $\mathfrak{A}$, es relativamente obvia, lo único que hay que hacer es interpretar las letras funcionales y las constantes –como lo indica la función de interpretación I– y efectuar las operaciones correspondientes sobre los elementos obtenidos. Pero si en el término aparece al menos una variable ya la interpretación no queda dada. Hay pues que decir cómo interpretar la o las variables que aparecen en dicho término para poder, ahora sí, interpretar y obtener un elemento del universo de interpretación.

Como queremos dar una definición de la interpretación de un término en general, tenemos que considerar a *todas* las variables y decir de golpe cómo se interpretan todas ellas. Para ello,

Definición. Sea $\langle A, I \rangle \in V_\rho$. Diremos que s es una *Asignación de Valores a las Variables en A, en breve,* una *A–asignación* syss

$$s : VAR \to A$$

Notación:

5. $^\omega A = \left\{ s \ / \ s : VAR \to A \right\}$.

6. Si $s \in {}^\omega A$ y $n \in \mathbb{N}$ escribiremos, $s_n \rightleftharpoons s(v_n)$.

7. Si $s \in {}^\omega A$, en muchas ocasiones escribiremos a s más explícitamente como,

$$\langle s_0 , s_1 , \ldots , s_n , \ldots \rangle$$

Ahora, con estos elementos en la mano, pasemos a dar formalmente la,

Definición Recursiva de *Interpretación de un ρ–término τ, en una ρ–estructura $\mathfrak{A}$, bajo la A–asignación s, denotada por* $\tau^{\mathfrak{A}}[s]$:

I) Si $n \in \mathbb{N}$ y $c \in \mathcal{C}$, entonces

$$v_n^{\mathfrak{A}}[s] = s(v_n) \qquad \text{y} \qquad c^{\mathfrak{A}}[s] = c^{\mathfrak{A}}$$

II) Si $f \in \mathcal{F}_n$ y $\tau_1, \ldots, \tau_n \in TRM_\rho$, entonces

$$(f(\tau_1, \ldots, \tau_n))^{\mathfrak{A}}[s] = f^{\mathfrak{A}}(\tau_1^{\mathfrak{A}}[s], \ldots, \tau_n^{\mathfrak{A}}[s])$$

Ejemplos: …