## **IV**). Simbolizaremos expresiones del tipo: “Si … , entonces …”

En el español —y en matemáticas, también— cuando afirmamos “Si $P$ entonces $Q$” lo que estamos diciendo es que **cada vez** que ocurra $P$, **forzosamente** ocurre $Q$. En muchos casos se tiene que $P$ lleva información acerca del hecho $Q$.

Hay que dejar claro que al afirmar “Si $P$ entonces $Q$” por un lado, si se da el caso de que no ocurra $P$, no hay un compromiso a que ocurra $Q$, dicho de otra manera, puede o no ocurrir $Q$. Por otro lado, si se da el caso en que ocurra $Q$, tampoco hay un compromiso a que ocurra $P$.

**Símbolos**: $\Rightarrow$ , $\rightarrow$ , $\supset$
Nosotros usaremos: $\rightarrow$

**Nombre**: *Condicional*.

**Sintaxis**: $(\varphi \rightarrow \psi)$.
A $\varphi$ se le llama el *Antecedente* y a $\psi$ el *Consecuente* del condicional.

**Semántica**: Distintos significados o maneras de interpretar a $(\varphi \rightarrow \psi)$ son:

**i**) $\varphi$ es una condición suficiente para $\psi$
**ii**) $\psi$ si $\varphi$
**iii**) $\psi$ es una condición necesaria para $\varphi$
**iv**) $\varphi$ sólo si $\psi$

Entre ellos, obviamente, son sinónimos.

En el caso en que, al interpretar, $\varphi$ y $\psi$ fueran proposiciones, el comportamiento, con respecto al valor de verdad, que toma la nueva proposición $(\varphi \rightarrow \psi)$ es el siguiente:

| $\varphi$ | $\psi$ | $(\varphi \rightarrow \psi)$ |
|---|---|---|
| $V$ | $V$ | $V$ |
| $V$ | $F$ | $F$ |
| $F$ | $V$ | $V$ |
| $F$ | $F$ | $V$ |

**Sinonimia**:

$(\varphi \to \psi)$ sinónimo $((\neg\psi) \to (\neg\varphi))$ (llamada *Contrapositiva)*

$(\neg(\varphi \to \psi))$ sinónimo $(\varphi \ \& \ (\neg\psi))$

$(\varphi \to \psi)$ sinónimo $(\neg(\varphi \ \& \ (\neg\psi)))$

$(\varphi \to \psi)$ sinónimo $((\neg\varphi) \vee \psi)$ *(Implicación Material)*

$(\neg(\varphi \to \psi))$ sinónimo $(\neg((\neg\varphi) \vee \psi))$

Observemos que $(\varphi \to \psi)$ y $(\psi \to \varphi)$ **no** son sinónimos.

## **V**). Simbolizaremos expresiones del tipo: " ... si y solo si ... "

En español, mejor, en el lenguaje cotidiano, no es muy utilizado; no así en matemáticas.

**Símbolos**: $\Leftrightarrow$ , $\leftrightarrow$ , $\equiv$
Nosotros usaremos: $\leftrightarrow$
**Nombre**: *Bicondicional.*

**Sintaxis**: $(\varphi \leftrightarrow \psi)$

**Semántica**: Distintos significados o maneras de interpretar a $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ son:

**i**) $\varphi$ es una condición necesaria y suficiente para $\psi$

**ii**) $\varphi$ si y sólo si $\psi$

En el caso en que al interpretar a $\varphi$ y a $\psi$, fueran proposiciones, el comportamiento, con respecto al valor de verdad, que toma la proposición $(\varphi \to \psi)$ es el siguiente:

| $\varphi$ | $\psi$ | $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ |
|---|---|---|
| $V$ | $V$ | $V$ |
| $V$ | $F$ | $F$ |
| $F$ | $V$ | $F$ |
| $F$ | $F$ | $V$ |

**Sinonimia**:

$(\varphi \leftrightarrow \psi)$ sinónimo $(\varphi \rightarrow \psi)\ \&\ (\psi \rightarrow \varphi)$

$(\neg(\varphi \leftrightarrow \psi))$ sinónimo $((\neg(\varphi \rightarrow \psi)) \vee (\neg(\psi \rightarrow \varphi)))$

$(\neg(\varphi \leftrightarrow \psi))$ sinónimo $(\varphi\ \&\ (\neg\psi)) \vee (\psi\ \&\ (\neg\varphi))$ "o" exclusivo

$(\neg(\varphi \leftrightarrow \psi))$ sinónimo $((\varphi \vee \psi)\ \&\ (\neg(\varphi\ \&\ \psi)))$

Nuestro Lenguaje Formal hasta ahora, queda de la siguiente manera,

$$
\begin{array}{lll}
\mathcal{L}_\rho = & \rho & \text{(No–Lógicos)} \\
& \cup \left\{ v_n \ / \ n \in \mathbb{N} \right\} & \text{(Variables)} \\
& \cup \left\{ \approx \right\} & \text{(Igualdad)} \\
& \cup \left\{ \neg\, ,\ \&\ ,\ \vee\ ,\ \rightarrow\ ,\ \leftrightarrow \right\} & \text{(Conectivos)} \\
& \cup \left\{ ),\ (\ ,\ ' \right\} & \text{(Auxiliares o de Puntuación)} \\
& \cup \ \ldots &
\end{array}
$$