

Lógica Matemática I. Sustituto de la Tarea-Examen I.

Prof. Rafael Rojas Barbachano.
Ayte. Jorge Alan Morales Morillón.
Ayte. Adrián Alberto de Flon Gasca.

03 - 03 - 2016

1. Jerarquía Diabólica (10 pts.)

Definiremos un sistema axiomático al que llamaremos JD.

Los términos primitivos primitivos de JD son demonios, los demonios están ordenados parcialmente (de manera estricta) por la relación “rezarle a”.

Existe un diablo especial llamado Luz Bel.

El conjunto de postulados de JD es el siguiente:

- La relación “rezarle a” es un orden parcial estricto (observa que estos son varios postulados).
- Luz Bel no le reza a ningún demonio.
- Si un demonio D no le reza a ningún otro demonio, entonces ese demonio es Luz Bel.
- Todo demonio le reza a una cantidad finita de demonios.
- Para todo demonio D, existe un demonio B, tal que B le reza a D.
- Para todo demonio B, C, D. Si (C le reza a B) y (C le reza a D, entonces), entonces ((B le reza a D) o (D le reza a B) o (B y D son iguales)).

Definimos la relación binaria entre dos demonios “pactar con” de la siguiente manera: Un demonio B pacta con un demonio C si y sólo si [(B le reza a C) y (no existe demonio D tal que {B le reza a D} y {D le reza a C})].

- Para todo par de demonios D, C. Si D pacta con C entonces el número de demonios que pactan con D es exactamente el número de demonios a los cuales C les reza más uno.

Llamemos $N(m)$ al enunciado que dice: Exactamente m demonios pactan con Luz Bel (donde m es un natural fijo).

Sea JD_m el sistema axiomático que se obtiene de agregar $N(m)$ a JD.

Demuestra, exponiendo JD como modelo relativo, que la consistencia de JD implica la consistencia JD_m .