

## Tipo de Semejanza

Iniciamos la simbolización o formalización de los elementos constitutivos de las Estructuras Elementales.

Consideremos una estructura elemental arbitraria:

$$\langle A, \mathcal{R}, \mathcal{O}, \mathcal{E} \rangle$$

Necesitamos un símbolo para cada relación, uno para cada operación y otros para cada elemento distinguido. Y debido a que las relaciones y las operaciones tienen una determinada aridad, habrá que asociar a los símbolos para ellos, un entero positivo.

Procedamos ahora con el lenguaje formal, daremos los primeros símbolos de nuestro alfabeto. Y esto lo haremos con todo el rigor necesario (el formal).

**Definición.** Diremos que  $\rho$  es un *Tipo de Semejanza* si  $\rho$  es un conjunto, posiblemente vacío, de símbolos de la forma:

$$\rho = \left( \bigcup_{n \in \mathbb{Z}^+} \mathcal{P}_n \right) \cup \left( \bigcup_{n \in \mathbb{Z}^+} \mathcal{F}_n \right) \cup \mathcal{C}$$

donde,

- ) Para cada  $n \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\mathcal{P}_n$  es un conjunto de símbolos; llamados *Letras Predicativas*.  
Si  $s \in \mathcal{P}_n$ , se dirá que  $s$  es o tiene *aridad*  $n$ .
- ) Para cada  $n \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\mathcal{F}_n$  es un conjunto de símbolos; llamados *Letras Funcionales*.  
Si  $s \in \mathcal{F}_n$ , se dirá que  $s$  es o tiene *aridad*  $n$ . Y
- )  $\mathcal{C}$  es un conjunto de símbolos; llamados *Constantes Individuales*.

**Petición:** Ningún símbolo es una sucesión finita de otros símbolos.

**Ejemplos:** ...

**Notación:**

1. Usaremos las letras mayúsculas:  $P, Q, R, S$ , con índices y supraíndices, como *metavariabes* para denotar –es decir, que varían entre– las letras predicativas.
2. Usaremos las letras minúsculas:  $f, g, h$ , con índices y supraíndices, como *metavariabes* para denotar letras funcionales.
3. Usaremos las letras minúsculas:  $c, d, e$ , con índices y supraíndices, como *metavariabes* para denotar a las constantes individuales.

## Interpretaciones de tipo $\rho$

Dado un tipo de semejanza  $\rho$  –como conjunto de símbolos formales que es– sus elementos son susceptibles de interpretarse. Pasemos ahora a decir oficialmente cómo se interpretan.

**Definición.**  $\mathfrak{A}$  es una *Interpretación de tipo  $\rho$* , en breve, una  $\rho$ –*Interpretación* *sys*

$$\mathfrak{A} = \langle A, I \rangle$$

donde:

- i).  $A$  es un conjunto no–vacío.
- ii).  $I$  es una función; llamada *Función de Interpretación* y es tal que tiene como dominio a  $\rho$  y para todo  $n \in \mathbb{Z}^+$  :
  - a). Si  $P \in \mathcal{P}_n$ , entonces  $I(P) \subseteq A^n$ .
  - b). Si  $f \in \mathcal{F}_n$ , entonces  $I(f) : A^n \rightarrow A$
  - c). Si  $c \in \mathcal{C}$ , entonces  $I(c) \in A$

Obsérvese que podemos asociar a cada  $\rho$ –interpretación una Estructura Elemental –la inducida por la imagen de  $I$ .

**Ejemplos:** ...

**Notación:**

- a) Sea  $\mathfrak{A} = \langle A, I \rangle$  una  $\rho$ –interpretación.
  - i) Si  $s \in \rho$ , escribiremos  $s^{\mathfrak{A}} \hat{=} I(s)$
  - ii) Si  $\rho$  es finito, digamos  $\rho = \{s_1, \dots, s_n\}$ , escribiremos
 
$$\langle A, s_1^{\mathfrak{A}}, \dots, s_n^{\mathfrak{A}} \rangle \hat{=} \langle A, I \rangle$$
- b) Usaremos como metavariabes:
  - Letras góticas (fraktur) mayúsculas  $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \dots$  para denotar  $\rho$ –estructuras. Y
  - Las letras mayúsculas  $A, B, C, \dots$  para denotar sus respectivos universos o bases.
- c)  $V_\rho = \{ \mathfrak{A} / \mathfrak{A} \text{ es una } \rho\text{–estructura} \}$  es el *Universo de las Estructuras de tipo  $\rho$* .

Como trabajaremos, de ahora en adelante, es meternos a un proceso en "espiral", vamos a:

simbolizar  $\leftrightarrow$  interpretar  $\leftrightarrow$  simbolizar  $\leftrightarrow$  interpretar

de tal manera que iremos construyendo el lenguaje formal adecuado para hablar de

las estructuras elementales y a su vez cómo vamos interpretándolo.

Debido a este proceso, el alfabeto que iremos construyendo será un conjunto de símbolos formales, partiendo de un tipo de semejanza específico, digamos  $\rho$ , al cual iremos agregando más símbolos formales. Lo denotaremos por  $\mathcal{L}_\rho$ . Solamente hay una petición o restricción, que es que **ningún símbolo es una sucesión finita de otros símbolos**.

En lo que sigue, fijemos un tipo de semejanza:

$$\rho = \left( \bigcup_{n \in \mathbb{Z}^+} \mathcal{P}_n \right) \cup \left( \bigcup_{n \in \mathbb{Z}^+} \mathcal{F}_n \right) \cup \mathcal{C}$$

Así, nuestro alfabeto, inicia como:

$$\mathcal{L}_\rho = \rho \quad (\cup \dots)$$

De ahora en adelante, entenderemos por una *Expresión de tipo  $\rho$* , en breve, una  $\rho$ -*Expresión*, a una sucesión finita de símbolos de  $\mathcal{L}_\rho$ , o dicho conjuntivamente, a una función con dominio un segmento inicial de los números naturales e imagen en  $\mathcal{L}_\rho$ . Teniendo en cuenta que con este proceso, nuestro alfabeto irá creciendo.

**Notación:**

$$\begin{aligned} EXP_\rho &= \{e \mid e \text{ es una } \rho\text{-expresión}\} \\ &= \{e \mid e \text{ es una sucesión finita de símbolos de } \mathcal{L}_\rho\} \\ &= \{e \mid \text{hay un } n \in \mathbb{N}, e : \{0, \dots, n\} \rightarrow \mathcal{L}_\rho\} \end{aligned}$$