CONECTIVOS

Las expresiones se enlazan o se unen entre ellas para formar nuevas expresiones, esa unión se hace a través de los llamados *conectivos.* Pasemos a analizarlos y a formalizarlos, e.d. a simbolizarlos.

En lo que sigue φ, ψ, χ denotarán ρ–expresiones aceptadas como "bien escritas" en el lenguaje formal.

I). Simbolizaremos expresiones del tipo: "... y ..."

Lo primero que hay que decir es de qué tipo de "y" nos referimos:

"Me casé **y** tuve un hijo" *vs* "tuve un hijo **y** me casé"

Nosotros consideraremos el caso en que el "y" es conmutativo.

Símbolos: $\wedge$, $\&$, $\cdot$

Nosotros usaremos: $\&$

(Nombre de uso común: *ampersand*; que es la contracción de: "and *per se* and").

Nombre: *Conjunción*.

Sintaxis: $(\varphi \ \& \ \psi)$

A los elementos φ y ψ se les llaman: *Conyuntos.*

Semántica:

Al afirmar que ocurre tanto φ como ψ, pues entonces afirmamos que ocurre $(\varphi \ \& \ \psi)$. Y viceversa, si afirmamos que ocurre $(\varphi \ \& \ \psi)$, estamos diciendo o afirmando: que ocurren ambos, tanto φ como ψ.

En el caso en que al interpretar φ y ψ fueran proposiciones, el comportamiento, con respecto al valor de verdad, que toma la nueva proposición $(\varphi \ \& \ \psi)$ es el siguiente:

φ	ψ	$(\varphi \ \& \ \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Sinonimia:

$$(\varphi \ \& \ \psi) \text{ sinónimo } (\psi \ \& \ \varphi)$$
$$(\varphi \ \& \ \varphi) \text{ sinónimo } \varphi$$
$$\big((\varphi \ \& \ \psi) \ \& \ \chi\big) \text{ sinónimo } \big(\varphi \ \& \ (\psi \ \& \ \chi)\big)$$

Ejemplos: … (dando un Tipo de Semejanza)

II). Simbolizaremos expresiones del tipo: "… o …"

En el español, hacemos dos usos del "o", uno llamado *inclusivo* y otro *exclusivo*. El inclusivo, es aquel que permite que ocurran ambas cosas al mismo tiempo, a diferencia del exclusivo, que solo permite una. Como ejemplo del uso en su sentido exclusivo es en los menús de un restaurante de comida corrida.

Nosotros formalizaremos solamente el primero, el otro –como veremos– quedará en función de éste.

Símbolo: $\vee$

Nombre: *Disyunción*.

Sintaxis: $(\varphi \vee \psi)$
A los elementos φ y ψ se les llaman: *Disyuntos.*

Semántica:

Al afirmar que ocurre al menos uno de φ o de ψ, estamos afimamos que ocurre $(\varphi \vee \psi)$. Y viceversa, si afirmamos que ocurre $(\varphi \vee \psi)$, estamos diciendo o afirmando: que ocurre φ u ocurre ψ u ocurren ambos, tanto φ como ψ.

En el caso en que, al interpretar, φ y ψ fueran proposiciones, el comportamiento, con respecto al valor de verdad, que toma la nueva proposición $(\varphi \vee \psi)$ es el siguiente:

φ	ψ	$(\varphi \vee \psi)$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Sinonimia:

$$(\varphi \vee \psi) \text{ sinónimo } (\psi \vee \varphi)$$
$$(\varphi \vee \varphi) \text{ sinónimo } \varphi$$
$$((\varphi \vee \psi) \vee \chi) \text{ sinónimo } (\varphi \vee (\psi \vee \chi))$$

III). Simbolizaremos expresiones del tipo: “no ...”.

El conectivo “no” es el único conectivo singular.

En el español sigue al sujeto o niga un verbo. Es usual, en el español, tener oraciones del tipo:

No, no es cierto que ...

Este doble uso de la negación, es para enfatizar una negación. Para nosotros, en lo que a matemáticas se refiere, la doble negación equivale a no usarla, es decir, para afirmar.

Símbolos: $\neg$, $\sim$, $^{-}$
Nosotros usaremos: $\neg$

Nombre: *Negación*.

Sintaxis: $(\neg\varphi)$.

Semántica:

Al afirmar que ocurre $(\neg\varphi)$, estamos diciendo o afirmando: que no ocurre o no sucede φ. Y viceversa, si no ocurre φ, afimamos que $(\neg\varphi)$.

Si al interpretar φ ésta resulta una proposición, el comportamiento, con respecto al valor de verdad, que toma la nueva proposición $(\neg\varphi)$ es el siguiente:

φ	$(\neg\varphi)$
F	V
V	F

Sinonimia:

$$(\neg(\neg\varphi)) \text{ sinónimo } \varphi$$
$$(\neg\varphi) \text{ sinónimo } (\neg(\neg(\neg\varphi)))$$

La negación por la que optamos es la "Formalista" o "Clásica". La escuela (o Lógica) Intuicionista o Constructivista, **NO** la acepta.

Si acepta:

$$\text{Si } \varphi, \text{ entonces } (\neg(\neg\varphi))$$

pero no así,

$$\text{Si } (\neg(\neg\varphi)), \text{ entonces } \varphi$$

Algunos ejemplos más de sinonimia:

- "Leyes de DeMorgan"

$$(\neg(\varphi \ \& \ \psi)) \text{ sinónimo } ((\neg\varphi) \vee (\neg\psi))$$
$$(\neg(\varphi \vee \psi)) \text{ sinónimo } ((\neg\varphi) \ \& \ (\neg\psi))$$

- "Distributividad"

$$(\varphi \ \& \ (\psi \vee \chi)) \text{ sinónimo } ((\varphi \ \& \ \psi) \vee (\varphi \ \& \ \chi))$$
$$(\varphi \vee (\psi \ \& \ \chi)) \text{ sinónimo } ((\varphi \vee \psi) \ \& \ (\varphi \vee \chi))$$

- El "o" exclusivo,

$$(\varphi \ \& \ (\neg\psi)) \vee ((\neg\varphi) \ \& \ \psi) \text{ sinónimo } ((\varphi \vee \psi) \ \& \ (\neg(\varphi \ \& \ \psi)))$$

- El Principio de No–Contradicción podría simbolizarse así:

$$(\neg(\varphi \ \& \ \neg\varphi))$$

- El Principio del Tercero Excluido,

$$(\varphi \vee (\neg\varphi))$$

IV). Simbolizaremos expresiones del tipo: "Si … , entonces …"

En el español —y en matemáticas, también— cuando afirmamos "Si P entonces Q" lo que estamos diciendo es que **cada vez** que ocurra P, **forzosamente** ocurre Q. Es común pensar que P lleva información acerca del hecho Q.

Hay que dejar claro que al afirmar "Si P entonces Q" por un lado, si se da el caso de que no ocurra P, no hay un compromiso a que ocurra Q, dicho de otra manera, puede o no ocurrir Q. Por otro lado, si se da el caso en que ocurra Q, tampoco hay un compromiso a que ocurra P.

Símbolos: $\Rightarrow$, $\to$, $\supset$
Nosotros usaremos: $\to$

Nombre: *Condicional*.

Sintaxis: $(\varphi \to \psi)$.
A φ se le llama el *Antecedente* y a ψ el *Consecuente* del condicional.

Semántica: Distintos significados o maneras de interpretar a $(\varphi \to \psi)$ son:

i) φ es una condición suficiente para ψ
ii) ψ si φ
iii) ψ es una condición necesaria para φ
iv) φ sólo si ψ

Todos ellos, obviamente, son sinónimos.

En el caso en que, al interpretar, φ y ψ fueran proposiciones, el comportamiento, con respecto al valor de verdad, que toma la nueva proposición $(\varphi \to \psi)$ es el siguiente:

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Sinonimia:

$(\varphi \to \psi)$ sinónimo $((\neg\psi) \to (\neg\varphi))$ (llamada *Contrapositiva)*
$(\neg(\varphi \to \psi))$ sinónimo $(\varphi \ \& \ (\neg\psi))$
$(\varphi \to \psi)$ sinónimo $(\neg(\varphi \ \& \ (\neg\psi)))$
$(\varphi \to \psi)$ sinónimo $((\neg\varphi) \vee \psi)$ *(Implicación Material)*
$(\neg(\varphi \to \psi))$ sinónimo $(\neg((\neg\varphi) \vee \psi))$

Observemos que $(\varphi \to \psi)$ y $(\psi \to \varphi)$ **no** son sinónimos.

V). Simbolizaremos expresiones del tipo: “ ... si y solo si ... ”

En español, mejor, en el lenguaje cotidiano, no es muy utilizado; no así en matemáticas.

Símbolos: $\Leftrightarrow$, $\leftrightarrow$, $\equiv$
Nosotros usaremos: $\leftrightarrow$
Nombre: *Bicondicional.*

Sintaxis: $(\varphi \leftrightarrow \psi)$

Semántica: Distintos significados o maneras de interpretar a $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ son:

i) φ es una condición necesaria y suficiente para ψ
ii) φ si y sólo si ψ

En el caso en que al interpretar a φ y a ψ, fueran proposiciones, el comportamiento, con respecto al valor de verdad, que toma la proposición $(\varphi \to \psi)$ es el siguiente:

φ	ψ	$(\varphi \leftrightarrow \psi)$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Sinonimia:

$(\varphi \leftrightarrow \psi)$ sinónimo $(\varphi \rightarrow \psi)\ \&\ (\psi \rightarrow \varphi)$

$(\neg(\varphi \leftrightarrow \psi))$ sinónimo $((\neg(\varphi \rightarrow \psi)) \vee (\neg(\psi \rightarrow \varphi)))$

$(\neg(\varphi \leftrightarrow \psi))$ sinónimo $(\varphi\ \&\ (\neg\psi)) \vee (\psi\ \&\ (\neg\varphi))$ "o" exclusivo

$(\neg(\varphi \leftrightarrow \psi))$ sinónimo $((\varphi \vee \psi)\ \&\ (\neg(\varphi\ \&\ \psi)))$

Nuestro Lenguaje Formal hasta ahora, queda de la siguiente manera,

$$
\begin{array}{lll}
\mathcal{L}_\rho = & \rho & \text{(No–Lógicos)} \\
& \cup \left\{ v_n \ / \ n \in \mathbb{N} \right\} & \text{(Variables)} \\
& \cup \left\{ \approx \right\} & \text{(Igualdad)} \\
& \cup \left\{ \neg ,\ \& \ ,\ \vee \ ,\ \rightarrow \ ,\ \leftrightarrow \right\} & \text{(Conectivos)} \\
& \cup \left\{),\ (\ ,\ ' \right\} & \text{(Auxiliares o de Puntuación)} \\
& \cup \ \ldots &
\end{array}
$$