2^a *Tarea, Parte* 2.

Naim Nuñez Morales.

4 de noviembre de 2013

Esto es lo que va de ejercicios para la segunda parte, espero ya hayan hecho algunos....

1. Establezca la siguiente igualdad:

$$\omega^{\epsilon_0} = \epsilon_0$$

2. ¿Cuántas funciones reales de variable real continuas hay?

3. Sea $\kappa \in CAR \cap INF$.

   - ¿Cuántos ordinales biyectables con κ hay?
   - ¿Cuántas permutaciones tiene κ?

4. Explique las diferencias (en términos de normalidad) que hay entre las dos operaciones de exponenciación que hemos visto, ¿hay forma de reconciliar a los contrarios (de salvar estas diferencias)?

5. ¿Sabemos que una funcional **normal** de OR en OR tiene puntos fijos arbitrariamente grandes. Explique (a detalle) como son los puntos fijos de las funcionales $F_\alpha(\beta) = \alpha + \beta$ y $F_\alpha(\gamma) = \alpha^+ \cdot \gamma$. ¿Es $\aleph$ una funcional normal?

6. Sea $\{\kappa_i : i < \lambda\} \subseteq CAR$. Para nuestro propósito (sumas infinitas), se pide que λ sea infinito y los sumandos no sean cero, o que algún sumando sea infinito. En clase mostramos que

$$\Sigma_{i<\lambda}\kappa_i \leq \lambda \cdot \sup\{\kappa_i : i < \lambda\}$$

   Establezca la igualdad.

7. Este ejercicio es quizás uno de los más interesantes, hay que demostrar que el producto se distribuye sobre la suma:

   Sean γ, δ ordinales no nulos y sea $\{\kappa_{\alpha,\beta} : \alpha < \gamma \ \& \ \beta < \delta\}$ una familia de cardinales indizada por $\gamma \cdot \delta$. Demuestre que

$$\prod_{\alpha<\gamma} \sum_{\beta<\delta} \kappa_{\alpha,\beta} = \sum_{f:\gamma\to\delta} \prod_{\alpha<\gamma} \kappa_{\alpha,f(\alpha)}$$

8. Sea $\langle P, < \rangle \in$ **COTO** y $\kappa \in CAR$. Si todos los segmentos iniciales tienen cardinalidad menor a κ, entonces $|P| \leq \kappa$.