Tarea Examen 2

Gabriel Cachoa Ocampo

Septiembre, 2016

Responder un inciso de cada apartado.

ESTA TAREA ES INDIVIDUAL

Teorema de Enumeración

1. Sea a un conjunto. Demuestre que a es bien ordenable si y sólo si a es biyectable con algún ordinal.
2. Sea $(a, <_a) \in COBO$ con a infinito. Demuestre que existe $<^*$ relación sobre a tal que$(a, <^*) \in COBO$ pero $(a, <_a) \not\cong (a, <^*)$

Aritmética Ordinal

1. Demuestre que el producto ordinal se distribuye sobre la suma ordinal $\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$.
2. Si α, β, γ son ordinales tales que $\gamma < \alpha\beta$ entonces existen ordinales $\alpha_1 < \alpha$ y $\beta_2 < \beta$ tales que $\gamma = \alpha\beta_1 + \alpha_1$

V=BF

1. Demuestre que si $x \in BF$ y x es un conjunto $\in$-transitivo de conjuntos $\in$-transitivos, entonces x es un ordinal.
2. Sea $x \in BF$, demuestre que $x \in R_\omega$ si y sólo si $\mathcal{CT}_\in(x)$ es finita.

Números εpsilon

1. Si ε es un número épsilon, pruebe que para cualquier α se cumple que $\alpha^{(\omega^\varepsilon)} = (\alpha^\omega)^\varepsilon$
2. Pruebe que si α es un ordinal infinito y $\alpha^\beta = \beta$ entonces, β es un número épsilon.

Números de Hartog y Ordinales Iniciales

1. Demuestre que para cualquier conjunto a siempre existe una función suprayectiva de $\mathcal{P}(a \times a)$ en $\mathcal{H}(a)$

2. Defina $\mathcal{H}^*(a) = \bigcup\{\alpha \mid \exists f : a \to \alpha \text{ sobre}\}$. Demuestre que $\mathcal{H}^*(a)$ es un ordinal inicial.

Cardinalidad y Cardinales I

1. Sea κ un cardinal, pruebe que:

$$\kappa^+ = \{\alpha : \mid \alpha \mid \leq \kappa\}$$

2. Muestre que si a es un conjunto infinito de ordinales, entonces

$$\mid a \mid \leq \bigcup a$$

3. **EXTRA:** Si κ es un cardinal infinito, ¿cuántos órdenes lineales no isomorfos se pueden definir sobre κ?