Tarea 2.

Naim Nuñez Morales.

Resumen

Esta está fácil. Sólo es que usen lo que ya saben, mediante el camino más fácil.

Problema ($\mathbf{ZF}^-$). Sea $F:\mathscr{V}\longrightarrow\mathscr{V}$ una funcional biyectiva. Definimos $R\subseteq\mathscr{V}\times\mathscr{V}$ como

$$\langle x,y\rangle\in R\iff x\in F(y)$$

Demuestre que $(\mathbf{ZF}^-)^{\mathscr{V},R}$. Además, si aceptamos **AE**, entonces $\mathbf{AE}^{\mathscr{V},R}$.[1]

Problema. Desarrolle las siguientes pruebas de consistencia relativa, usando el problema anterior.

a) $CONS\big(\mathbf{ZF}^-\big)\Longrightarrow CONS\Big(\mathbf{ZF}^-+\exists x\,(x=\{x\})\Big)$

b) $CONS\big(\mathbf{ZF}^-\big)\Longrightarrow CONS\Big(\mathbf{ZF}^-+\exists x\,\exists y\,(x\neq y\ \&\ x=\{y\}\ \&\ y=\{x\})\Big)$

c) $CONS\big(\mathbf{ZF}^-\big)\Longrightarrow CONS\Big(\mathbf{ZF}^-+\forall n\in\omega\,\exists a_n\,[a_n=\{a_{n^+}\}\ \&\ \forall r,s\in\omega\big(r\neq s\longrightarrow a_r\neq a_s\big)]\Big)$

Problema. La promesa...

- Si R_α es modelo de Reemplazo, entonces α es (ordinal) fuerte (y, por tanto, cardinal).
- Sea κ cardinal regular. Demuestre que:

$$\kappa \text{ es inaccesible}^{2} \text{ si y sólo si } \mathbf{ZFC}^{R_\kappa,\in}.$$

[1] Usen Rieger, $\Sigma=\mathbf{ZF}^-$

[2] ¿Basta con inaccesibilidad o hay que pedirle fuerza?