

# Tarea 3.

*Naim Nuñez Morales.*

## Resumen

Bueno, ahora hay que terminar el semestre; los primeros dos problemas son obligatorios y hay que entregar al menos uno de los últimos dos. EN PAREJAS.

**Problema.** Demuestre que

$$\forall \alpha \in OR \left( L_\alpha = \{x \in L : \rho_L(x) < \alpha\} \right)$$

OJO: La definición de  $\rho_L$  la dio El Profesor en las notas 3.02\_L

**Problema.** Sea  $\alpha$  un ordinal. Demuestre que las siguientes afirmaciones son equivalentes.

- $|L_\alpha| = |R_\alpha|$ .
- $\alpha = \beth_\alpha$

**Problema** (Opcional). La DEUDA...

- Si  $\gamma$  es límite, entonces  $\mathbf{ZC}^{R_\gamma}$ .
- Si  $R_\kappa$  es modelo de Reemplazo, entonces  $\kappa$  es fuerte.
- Sea  $\kappa$  cardinal regular. Demuestre que:

$\kappa$  es fuertemente inaccesible si y sólo si  $\mathbf{ZFC}^{R_\kappa}$ .

**Problema** (Opcional). Sea  $M \neq \emptyset$  modelo estándar de  $\mathbf{ZFC}$ , con  $M \subseteq \mathbf{BF}$ . Muestre que

- Si  $a, b \in M$ , entonces  $(a \sim b)^M$  si y sólo si  $\exists f \in M (a \sim_f b)$
- Si  $\alpha \in OR^M$  y  $\neg \exists \beta < \alpha (\beta \sim \alpha)^M$  entonces  $(\alpha \text{ es cardinal})^M$ .
- Si  $\alpha$  es cardinal (en la vida real), entonces  $(\alpha \text{ es cardinal})^M$ .
- Si  $\alpha$  es regular, entonces  $(\alpha \text{ es regular})^M$ .