Tarea 1, Parte 2.

Naim Nuñez Morales.

Resumen

La parte faltante de la Tarea 1.

5 Demuestre el último teorema de las notas N_0.1_HGC_implica_AE.

6 Demueste que:

- Si $A \subseteq \mathbf{BF}$ es extensional, A es isomorfa a una única clase transitiva.
- Si $A, B \subseteq \mathbf{BF}$ son transitivas y $A \cong B$ (con la pertenencia), entonces $A = B$.
- Si $A \subseteq \mathbf{BF}$ es transitiva, la única funcional de A en sí misma que preserva $\in$ es la Identidad.

7 Sea $A \subseteq \mathbf{BF}$ extensional (con $\in$) y $\pi : A \longrightarrow M$ su colapso. Demuestre:

$$\forall x \in A \left(\rho(\pi(x)) \leq \rho(x) \right)$$

8 Sea $A \subseteq \mathbf{BF}$ extensional (con $\in$), $B \subseteq A$ transitiva y $\pi : A \longrightarrow M$ su colapso. Demuestre que $B = \pi[B]$.

9 Sea β un ordinal tal que

$$\forall \alpha \left(2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+\beta} \right)$$

Demuestre que $\beta < \omega$.

10 Sea κ un cardinal.

- Si κ es regular y $\forall \lambda < \kappa \left(2^{\lambda} < \kappa\right)$, entonces $\kappa^{<\kappa} = \kappa$
- Si κ es singular y $\forall \lambda < \kappa \left(2^{\lambda} < \kappa\right)$, entonces $2^{<\kappa} = \kappa$ y $\kappa^{<\kappa} = \kappa^{cof(\kappa)}$.
- Si κ es singular y $\neg \forall \lambda < \kappa \left(2^{\lambda} < \kappa\right)$, entonces $\kappa^{<\kappa} = 2^{<\kappa} > \kappa$.

11 Sea κ un cardinal singular. Supongamos que hay $\lambda < \kappa$ tal que $cof(\kappa) \leq cof(\lambda)$ y $\kappa < \beth(\lambda)$. Demuestre que $\beth(\kappa) \leq \beth(\lambda)$.

12 Si $2^{\aleph_0} \geq \aleph_{\omega_1}$, entonces $\beth(\aleph_\omega) = 2^{\aleph_0}$ y $\beth(\aleph_{\omega_1}) = 2^{\aleph_1}$.